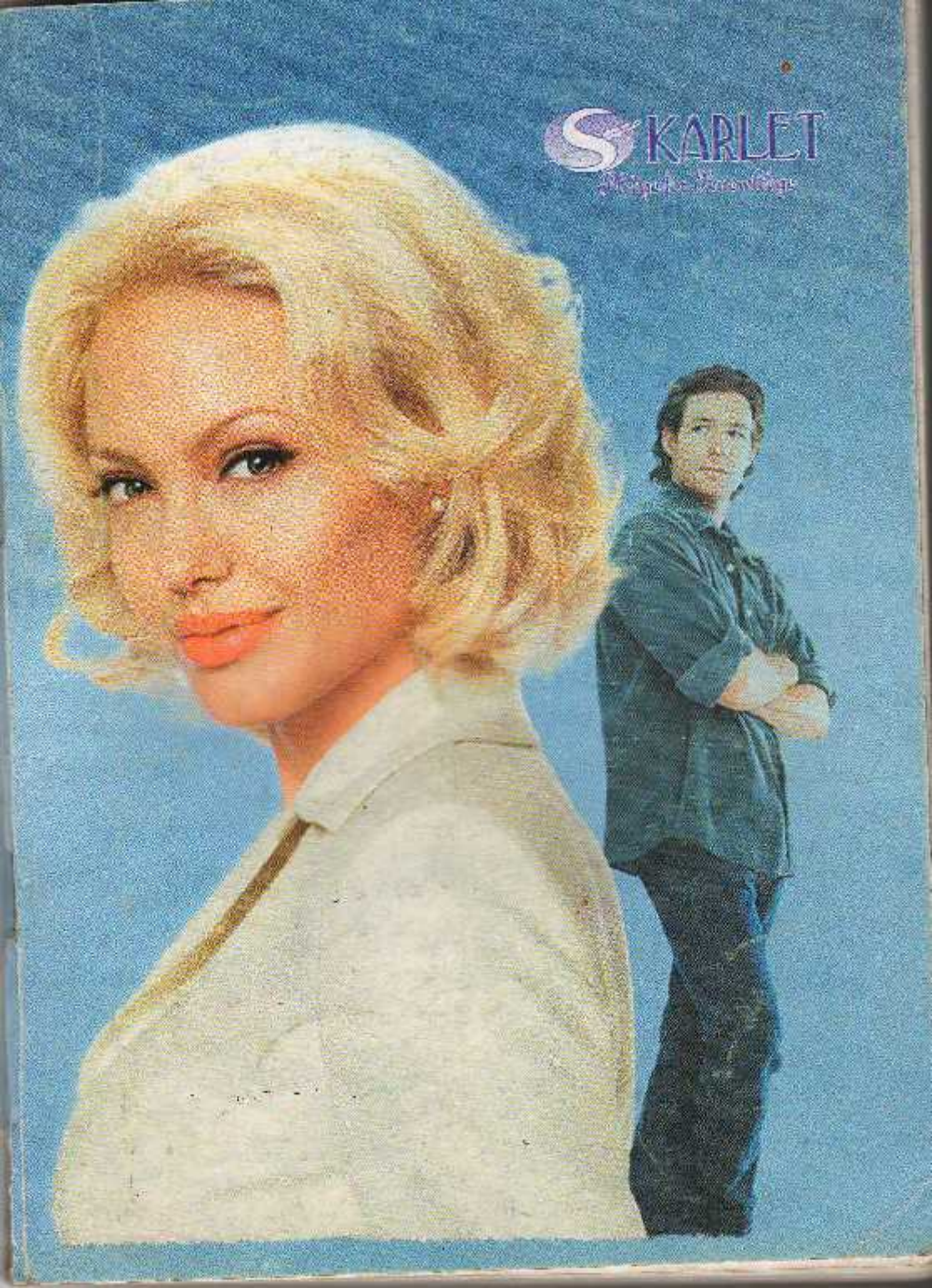

SKARLET

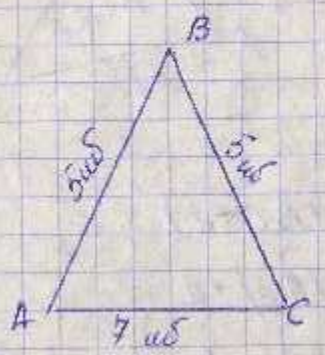
Дидактика математики

158)

Биссектриса Δ-ка ABC - 2 см. ед. больше стороны и периметра

Периметр равен - 3 см. ед. меньше

Найти стороны




$|AB| = |BC|$

$|AC| = |AB| + 2$

$|AB| + |BC| = 3 + |AC|$

$|AC| = 2|AB| - 3$

$|AB| + 2 = 2|AB| - 3$

5 см $= |AB| = |BC|$

$|AC| = |AB| + 2 = 7$ см

Ответ: $|AB| = |BC| = 5$ см

$|AC| = 7$ см

159

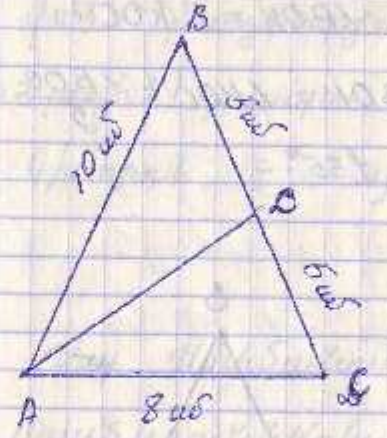
Биссектриса Δ-ка $\sqrt{ABC}$ - 8 см

Найти стороны, которые делит AD биссектриса.

$P_{\Delta ABD}$ - 2 см. больше $P_{\Delta ADC}$

BC - ?

решение




AD - и $\Delta ABC$ - биссектриса $\Rightarrow$

$\Rightarrow |BD| = |DC|$

$P_{\Delta ABD} = 2 + \Delta ADC$

$|AB| + |BD| + |AD| = |AD| + |DC| +$

$+ |AC| + 2$

$|AB| + |BD| + |AD| = |AD| + |DC| +$

$+ 10 \Rightarrow |AB| = 10$

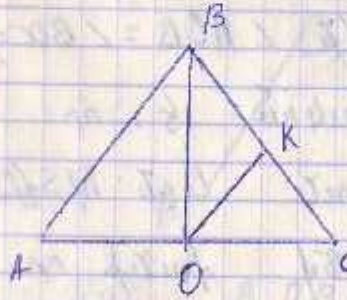
Ответ: Периметр $\Delta ABC$ - и равен, если $|AB| = |BC| = 10$ см.

160

AC - биссектриса ABC равнобедренного $\Delta$-а AC равна стороне BO биссектрисе.

Доказать OK средняя линия $\Delta BOC$-а

Найти $\angle AOK$




Дано $\Delta ABC$ - и равнобедренный, если $\Delta ABC$-а биссектриса является биссектрисой и медианой, тогда $\angle BOA = \angle BOC = 90°$, Ответ: OK - и

$\Delta BOC$-ի կիսորդ է, որովհետև $\angle BOK = \angle KOC$:

Որե $\angle BOC = 90^\circ$, ապա $\angle BOK = \angle KOC = \frac{\angle BOC}{2} = 45^\circ$

$\Rightarrow \angle AOK = \angle BOA + \angle KOB = 135^\circ$:

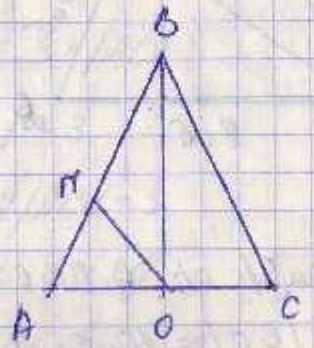
161

$AB = BC$

$OM$-ը $\Delta AOB$-ի կիսորդն է

$\angle MOC = 135^\circ$

Ցույց տանք, որ $\angle ABO = \angle OBC$



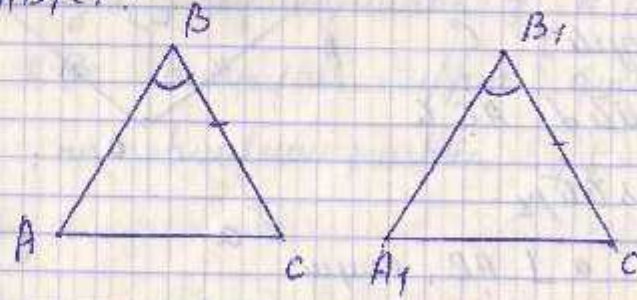

Քանի որ $AB = BC$, ապա $\Delta ABC$-ն հավասարսրուն է: Որե $\angle AOC$-ն հարակից անկյուն է, որոնց հանրագիծը $180^\circ$: Որե $\angle MOC = 135^\circ$, ապա $\angle AOM = \angle AOC - \angle MOC$, այսինքն $\angle AOM = 45^\circ$: Որե $OM$-ը $\angle AOB$-ի կիսորդ է, ապա $\angle AOM = \angle MOB = 45^\circ$, այսինքն $\angle AOB = \angle BOC = 90^\circ$: Դրանից հետևում է, որ $BO$-ն $ABC$ հավասարսրուն $\Delta$-ի հիմքին տարված միջնագիծ է: Իսկ քանի որ հավասարսրուն եռանկյան միջնագիծը հիմքին տարված կից

կողմերով հավասար երկու հատված է (և հիմքին տարված), ապա հետևում է, որ $BO$-ն $ABC$ կիսորդ է, այսինքն $\angle ABO = \angle OBC$

162

Նախ նկատենք: Որե 2 հավասարսրուն եռանկյունների հիմքերով հավասար են, իսկ հիմքին հարակից անկյունները՝ հավասար, ապա եռանկյունները հավասար են: Ցույց տանք, որ եռանկյունների հիմքերով հավասար են, իսկ հիմքին հարակից անկյունները՝ հավասար, ապա եռանկյունները հավասար են:

Ցույց տանք: Դիտարկենք $ABC$ և $A_1B_1C_1$ հավասարսրուն եռանկյունները, որոնց $BC = B_1C_1$, $\angle B = \angle B_1$: Ցույց տանք, որ $\Delta ABC = \Delta A_1B_1C_1$:



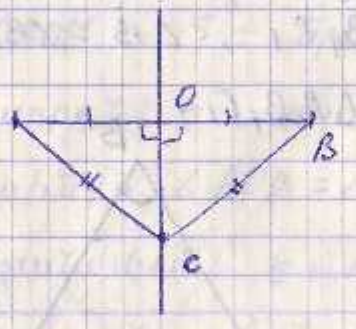

Որե $\Delta ABC$ և $A_1B_1C_1$ եռանկյունները հավասարսրուն են, ապա $AB = BC$; $A_1B_1 = B_1C_1$.

Ғитағ пр. $BC = B_1C_1$, шуш $AB = A_1B_1$ (шуғ-ғ ғй $BC = AB = B_1C_1 = A_1B_1$). Ғшр чшр-бшғр $\angle B$-б ғ( = ғр $\angle B_1$-ғ. Хбүгшғршр ршр бшшғьүғғбғр ғшғшшғршүшғ I ғшүүшғғр $\Delta ABC = \Delta A_1B_1C_1$. Ұбүгбғ шүш-үшүүшғ ғ:

163

а пүғр шғүғшғ ғAB-ғ бғүғшбүшү а
$a \perp AB$

шғ ғшүшүшүғ, пү а пүғр үшршғшғүшр ббр ғшғшшғршғбп ғ A ғ B бүүгбғүү.



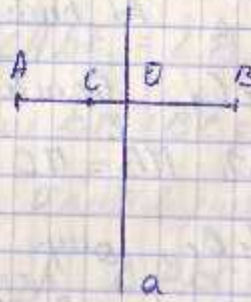
а

а пүғр үшш үбүү-ғшғғ бғ пүғғ C бүүг. Ғшғғғғ AC ғ BC ғшүүшғғғғ

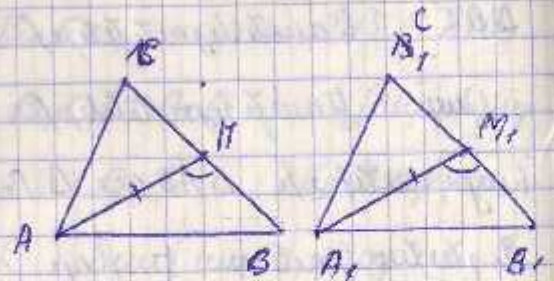
Ғитағ. пр. $a \perp AB$, шуш $\angle AOC = \angle BOC = 90°$. O-ғ AB-ғ бғүғшбүшү ғ, ғбүғшғшр AO-ғ = OB. ғшғ OC AOC ғ BOC ғшғ үшғғғғ бғр ғшғшр. Ғшр ғшғ үшғғғғғ ғшғшшүшүшғ ғ ғшүүшғғғ $\Delta AOC = \Delta BOC \Rightarrow$, пр $BC = AC$. Ғғшғшүшғ ғ, пр а пүғр үшш фүғғүү с (үшғ үшғғүшүшғ) бүүгс ғшғшшүшғбп ғ AB ғшүүшғғ A ғ B бүүгбүү.

а) Ғшүшүшүғ, пр A ғ B бүүгүү ғшүшшғш ғбп ғшүшғшғүшр бүш фүғбүшғ ғ а пүғр үшш:

Ұбүгшғғф, бғ c бүш, пгс үғ фүғшғ a пүғр үшш: Ұғғ O-ғ AB ғшүүшғғ бғүғшбүғ ғ, шуш шғ ғ ғшғшшүшғбп ғ A ғ B бүүгбүү, ғғғ AB ғшүүшғ үшш фүғшғ C бүүгс, пр ғшғшшүшғбп үғ A ғ B бүүгбүү.



## 164




$AM = A_1M_1$

$BC = B_1C_1$

$\angle AMB = \angle A_1M_1B_1$

AM и $A_1M_1$ ABC и $A_1B_1C_1$

Елементы равенства фигур обозначены.

Докажем, что $\Delta ABC = \Delta A_1B_1C_1$

Рассм. пр $BC = B_1C_1$ - р, тогда AM - и $A_1M_1$ - а AM высекающий треугольник ABC и $A_1B_1C_1$ элементы фигур обозначены, причем $MB = MC = M_1B_1 = M_1C_1$, значит $MB = M_1B_1$, далее получим $AM = A_1M_1$ - р, тогда $\angle AMB = \angle A_1M_1B_1$. Получается, что элементы треугольников высекающие $\Rightarrow$ получается $\Delta AMB = \Delta A_1M_1B_1 \Rightarrow$, пр $\angle B = \angle B_1$, $AB = A_1B_1$, тогда BC - и далее значит $= B_1C_1$ - р, далее элементы треугольников высекают $\Rightarrow$ получается $\Delta ABC = \Delta A_1B_1C_1$.

## 165

$\Delta ADE$ - р высекающий

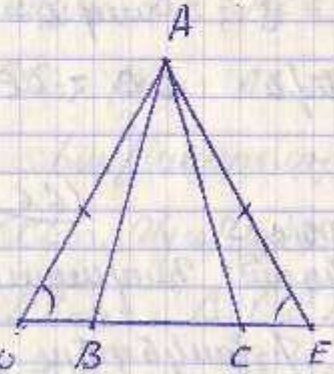
DE - и $\Delta ADE$ - р в/б

а) Докажем, пр

$\angle CAB = \angle BAE$

$AB = AC$, дано

$BD = CE$




Дано $\Delta ADE$ - р

высекающий у, значит $\angle ADE = \angle AED$:

Рассм пр $DB = CE$, значит $DB + BC = CE + BC$ значит $DC = BE$: далее элементы треугольников $\Rightarrow$ высекающий $\Delta ADC = \Delta ABE$. Получается $\angle BAE = \angle DAC$, тогда $AB = AC$:

б) $\angle CAD = \angle BAE$

Докажем, пр $BD = CE$, $AB = AC$

Рассм пр $\Delta ADE$ - р высекающий в, значит $\angle ADE = \angle AED$, далее значит $AD = AE$, $\angle CAD = \angle BAE$: далее элементы

եռանկյունները իրար հավասար են երկու կողմով և նրանց կազմած անկյունով՝ $\Delta ADC = \Delta AEB$: Հետևաբար $AB = AC$:

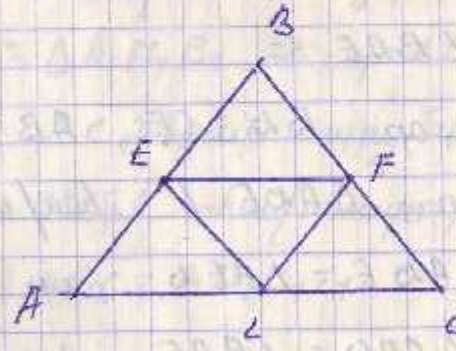
Քանի որ $DC = BE$, իսկ $BC$-ն ընդհանուր հատված է, ապա $DC - BC = BE - BC$, այսինքն $DB = CE$:

166

Պատասխան: հավասարասրուն եռանկյան հիմքի վրա վերցված հավասար հատվածների ծայրերը միացնող հատվածները նույնպես հավասար են:

Դիցուք՝ տրված է $ABC$ հավասարասրուն եռանկյունը, որի $E$-ն $AB$, $F$-ը $BC$, իսկ $L$-ը $AC$ կողմերի միջնակետերն են: Ապացուցենք, որ $ELF$-ը հավասարասրուն է:

Ապացույց.




Քանի որ $\Delta ABC$-ն հավասարասրուն է, ապա $BC = AB$, իսկ $\angle C = \angle A$, քանի որ $E$-ն, $F$-ը և $L$-ը $AB$, $BC$ և $AC$ կողմերի միջնակետերն են, ապա $BF = FC = BE = AE$, այսինքն $AE = FC$, իսկ $AL = LC$: Ուրեմն եռանկյունների հավասարության հատկանիշով $\Delta AEL = \Delta FCL$: Այսինքն $FL = EL$: Այսպիսով $FL$-ն ու $EL$-ը $\Delta LEF$-ի կողմերն են: Ուրեմն $\Delta FEL$-ը հավասարասրուն է: Պատասխան ապացուցված է:

Քանի որ $\Delta ABC$-ն հավասարասրուն է, ապա $BC = AB$, իսկ $\angle C = \angle A$, քանի որ $E$-ն, $F$-ը և $L$-ը $AB$, $BC$ և $AC$ կողմերի միջնակետերն են, ապա $BF = FC = BE = AE$, այսինքն $AE = FC$, իսկ $AL = LC$: Ուրեմն եռանկյունների հավասարության հատկանիշով $\Delta AEL = \Delta FCL$: Այսինքն $FL = EL$: Այսպիսով $FL$-ն ու $EL$-ը $\Delta LEF$-ի կողմերն են: Ուրեմն $\Delta FEL$-ը հավասարասրուն է:

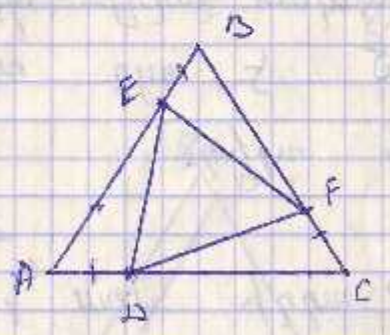
Պատասխան ապացուցված է:

167

$ABC$ եռանկյունը հավասարակողմ է

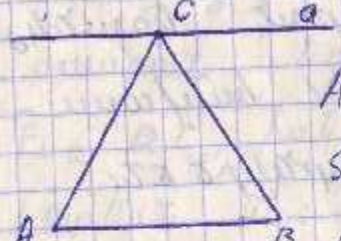
$AD = BE = CF$

Ապացուցենք, որ $\Delta DEF$-ը հավասարակողմ է



Քանի որ $\Delta ABC$-ն հավասարակողմ է, ապա $AB = BC = AC$, իսկ $\angle B = \angle A = \angle C$, բայց ըստ պայմանի $AE = BF = DC$ (քանի որ $FC = EB = AD$, իսկ $AB = BC = AC$, որտեղից $AC - AD = AB - EB = BC - FC$, այսինքն $AE = BF = DC$): Ուրեմն $B$-ին կից անկյունների հավասարության հիման վրա $\Delta EBF = \Delta DFC = \Delta AED$: Հետևաբար $DE = EF = DF$: Ուրեմն $\Delta DEF$-ն նույնպես հավասարակողմ է:

196




C ֆիգուրը հարթության է պատկանում AB կողմն ունեցող մեկ և միայն մեկ հավասարակողմ եռանկյան գագաթը: Այդպիսի եռանկյուն գոյություն ունի և միայն մեկ:

197

P հարթությունից դուրս գտնվող մի կետ: Կարելի է տանել միայն մեկ ուղիղ այդ կետից P հարթությանը ուղղահայաց հատվածներ կամ շրջանագծի 3-ը: Քանի որ այդ կետից P-ին ուղղահայաց հատվածներն ունեն հավասար երկարություններ:

198

$a \perp P$

$b \perp P$

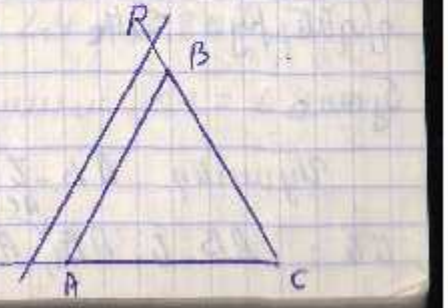
c հարթությունը հատում է a հարթությանը, այդպիսի, c հարթությունը P հարթությանը

Եթե $c \perp a$, ապա $c \perp$ հատում է P հարթությունը, քանի որ այդ դեպքում $c \parallel P$. Քանի որ $c \perp$ է a-ին, ապա $\varphi$ $c$ և P հարթությունների հատման անկյունը $c$-ի հետ-ի կեսն է հատում է P հարթությանը:

199

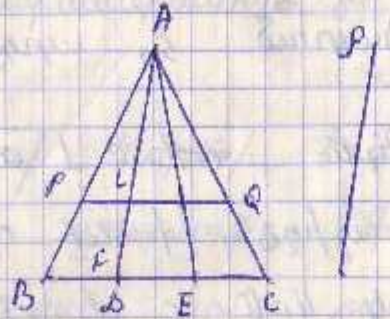
$P \parallel AB$

Ապացուցենք, որ $BC$ և $AC$ հարթությունները հատում են P հարթությանը



Դիցուք BC և AC ուղղերը A և B կետերում հատում են AB ուղղը համապատասխանաբար P և Q կետերով, ընդ որում PQ ուղղը հատում է ABC եռանկյան միջնագիծը՝ D կետում: Ապացուցել, որ D-ն AB-ի միջնակետն է:

200




$AB \parallel P$.

$PQ \parallel BC$

Հայտնի է, որ P ուղղը հատում է AB, AE, AC, BC և PQ ուղղերը:

1° Որպես ուղղը հատում է եռանկյան ուղղերից մեկը, ապա այն հատում է նաև մյուսը:

Հետևաբար AB-ն և P ուղղերը AC-ն հատում են: AB-ն, AE-ն և A կետով, իսկ PQ-ն՝ BC-ն F կետում հատում են AB ուղղը: Քանի որ ուղիղներից ոչ մի երեքով հատում են միևնույն կետով, ուրեմն P ուղղը հատում է նաև D կետում:

201

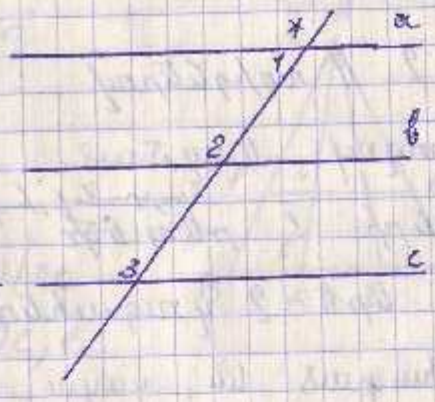
Որևէ եռանկյան ուղղերից հատող ուղիղները հատում են 240° մեծությամբ անկյուններ: Գտնել այդ անկյունների մեծությունները:

Քանի որ $l \parallel m$ ուղիղների և հատող $k$ ուղղի հատումից առաջացած անկյունների կողմերը համապատասխանաբար ուղիղներ են, ապա $\angle 1 = \angle 2$: Քանի որ $\angle 1 + \angle 2 = 240°$: Հետևաբար $\angle 1 = \angle 2 = \frac{240}{2} = 120°$

Քանի որ $\angle 1 + \angle 3 = \angle 2 + \angle 4 = 180°$, իսկ $\angle 1 = \angle 2 = 120°$, ապա $\angle 3 = \angle 4 = 180° - 120° = 60°$

202

Ғатар пр. екі түзудің түзулермен қиылысқанда пайда болған ішкі айқыш жатқан бұрыштарының қосындысы 180° болса, онда түзулер параллель болады. Ғатар пр. $\angle 1 = 42°$, ғатар $\angle 3 = 138°$. Онда $\angle 2$ (140°) бұрышы – пр. қабырғасы $S$ $a$ $b$ $c$ сәулелерінің бұрышы:




205

$\angle 3 = 73°$

$\angle 4 = 107°$

$\angle 5 = 82°$

---

Ғұлбар $c$ ∥ $d$

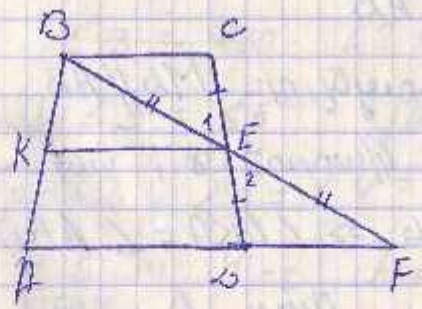
$\angle 2$ пен $\angle 3$ өзара ішкі айқыш $\angle 2$ =>

=> $\angle 2 + \angle 3 = 180°$, бірақ $\angle 3 = 73°$, яғни

$\angle 2 = 180° - \angle 3 = 107°$

Бірақ $\angle 1 = 107°$, яғни ауа қиылысар $\angle 4$ - $\angle 2$: Яғни $\angle 1$ - сәулесі $\angle 4$ - сәулесімен қиылысқанда пайда болған айқыш жатқан бұрыштар өзара тең болғандықтан параллель түзулер қиылысқанда пайда болған айқыш жатқан бұрыштар тең болса, түзулер параллель қиылысады. Яғни $a \parallel b$: Бірақ $a \parallel b$, яғни пайда болған айқыш жатқан бұрыштар 1-сәулесі $S$-сәулесімен қиылысқанда, яғни $\angle 1 = \angle 5 = 82°$

215




$BE = EF$

$CE = ED$

$KE \parallel AD$

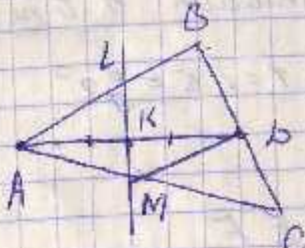
Ғұлбар $KE \parallel BC$

Ғатар пр. $BE = EF$, $CE = ED$, $\angle 1 = \angle 2$ (қиылысқанда) және ауа $B$ бұрышы қиылысқанда $\triangle BCE = \triangle EDF$ Яғни қиылысқанда, пр. $\angle F = \angle CBE$. Яғни

Чтобы луч отразился от зеркала по-другому, зеркала должны быть расположены под углом друг к другу. Например, если угол между зеркалами равен $90^\circ$, то $BC \parallel DF$.

A, D и F обозначены для того, чтобы можно было записать $DC \parallel AD$. Чтобы $DC \parallel KE$. Чтобы $AC \parallel AD$.

## 216

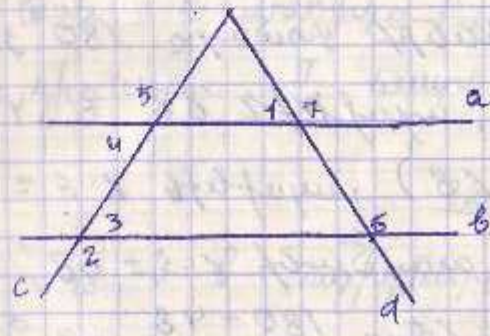



AD – биссектриса $\triangle ABC$. Докажем, что K – середина AD. $LM \perp AD$.

Построим прямую, проходящую через M и параллельную AB. Она пересечет прямую AD – биссектрису $\triangle ABC$. Докажем, что $\angle LMD = \angle AMD$. $LM \perp AD \Rightarrow \angle LKA = \angle AKM$. AK – общая сторона. Значит $\triangle ALK = \triangle KAM$. Докажем, что K – середина AD. Для этого докажем, что $AK = KD$, $\angle LKM = \angle DKM$, KM – общая сторона. $\triangle AKM = \triangle DKM$.

$\triangle LKA = \triangle MKA$ и $\triangle AKM = \triangle DKM$. Аналогично получаем, что $\triangle ALK = \triangle KMD \Rightarrow$ при пересечении биссектрисы ALK – и KMD – с параллельными прямыми AB, CD, получаем $AB \parallel MD$.

## 217




$\angle 4 = 65^\circ$

$\angle 2 = 115^\circ$

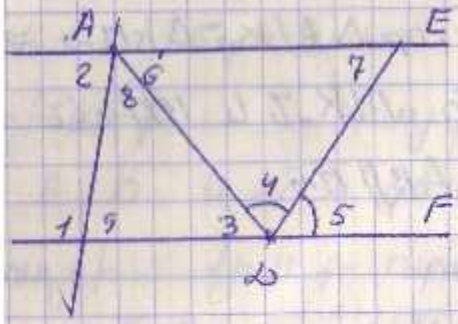
$\angle 6 = 121^\circ$

Докажем $\angle 1 - ?$

~~$\angle 3 = 180$~~ $\angle 2 + \angle 3 = 180^\circ \Rightarrow \angle 3 = 180^\circ - \angle 2$

Получим $\angle 3 = 65^\circ$. Далее и получим $\angle 4 = 65^\circ$, поэтому $\angle 3 = \angle 4 = 65^\circ$. Чему накрест лежащие 3 и 4 – с параллельными? Если $a \parallel b$. $\angle 6 = 121^\circ$, тогда $a \parallel b$, тогда $\angle 6 = \angle 7 = 121^\circ$. $\angle 1 + \angle 7 = 180^\circ$, получаем $\angle 1 = ~~180~~ 59^\circ$

## 218




$\angle 1 = 102^\circ$

$\angle 2 = 78^\circ$

$\angle 3 = 48^\circ$

$\angle 4 = \angle 5$ -

Дано: $\angle 1 = 102^\circ$, найти $\angle 9 = 78^\circ$.

Так сумма внутренних углов равна $180^\circ$:

$\angle 8 = 180^\circ - (\angle 3 + \angle 5)$, получаем $\angle 8 = 54^\circ$

$\angle 6 = 180^\circ - (\angle 2 + \angle 8)$, получаем $\angle 6 = 48^\circ$; $\angle 3 =$ дано, получаем $\angle 3 = 48^\circ$,

$\angle D = 180^\circ$, тогда $\angle 4 = \angle 5 = \frac{180 - 48}{2} = 66^\circ$;

$\angle 7 = 180^\circ - (\angle 4 + \angle 6)$, получаем

$\angle 7 = 66^\circ$. Получаем параллельность, т.к.

$\angle DAE = 48^\circ$, тогда $\angle ADE = \angle DEA = 66^\circ$.

## 219

| | |
|---|---|
| $a \parallel c$ | Параллельны, т.к. $a$ прямая, |
| $b \parallel c$ | упирающаяся прямая $c$ |
| Параллельны | тоже в прямые. |

Если $a \perp b$ и $b \perp c$ в пространстве, то $a$ и $c$ могут быть параллельны, пересекаться или скрещиваться (2°). Если $a \parallel b$, то $a$ может пересекать только одну из $b$ и $c$ (если пересекает $b$, то и $c$ тоже) (7°).

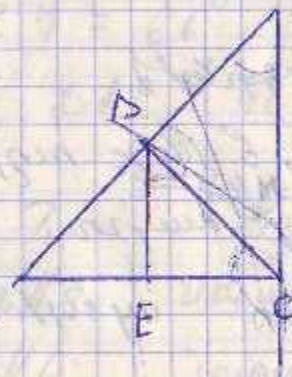
## 220

$a$ и $b$ прямые могут быть: параллельны, пересекаться, скрещиваться, если $a$ прямая и упираются обе в прямую $c$ (если упираются обе в прямую $c$ - параллельны).

Прямые $a$, $b$ и $c$ прямые, $c \parallel b$, $a \perp c$. Доказать, что $a \perp b$.

Фитер пр, сир уидсанба пагрдбдуд шфирлбд, пдгдр сруа гдрдсдд бвруд шбудбнсб b сыд пдгдр ∥ a пдгдд, шдуса M бдруд бидсбдд b дпсбдд c – ба уидсанбдн c пдгдд c: Зб фитер пр a пдгдс сир идубитер бидруб b пдгдс c. шдуса бдсдр бдсд c пдгдс c (сир уидсанбдн пдгдбдр шфирлбд 1°).

221




AB = BD = BC

BE ∥ DC

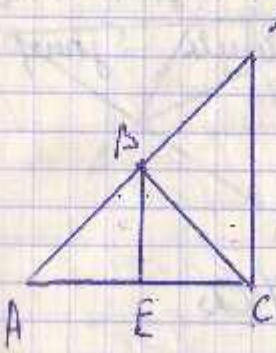
Шдуидудуб, пр EC ⊥ DC.

~~Фитер пр~~ BE ∥ DC ба пдгдр 2 бидруд BD ба BC:

⇒, пр ∠DBE + ∠CDB = 180° ба ∠ ~~ABE~~ +

∠EBC + ∠BCD = 180°: ∠EBC = ∠BCD (фидр пр бб); ба ∠BDC = ∠BCD (CBD бид-ф идидсдрдлбд бидсбдд бдруд дрбдд идсдрдр идб дидбдуд BD):

221




AB = BD = BC

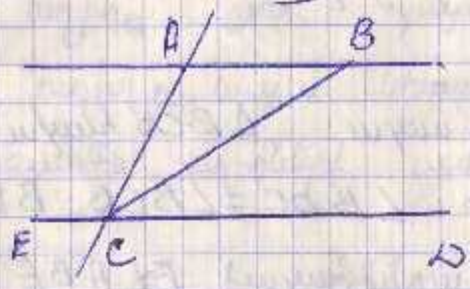
BE ∥ DC

Шдуидудуб, пр DC ⊥ AC

фитер пр BD = DC, шдуса ΔBCD бидш-идсдсдрлд б, бдрдидсдр ∠BDC = ∠BCD: BE ∥ DC пробр AC бидрдпдгд идидсдидуса EH ABE ба BDC бидбидсдсдрдсдрдсдрд идбдудбдбдр бидсдр бд: ∠EDC – бб ж бидсдр б ∠BCD ф (фидр-ф пр бд: Уидр ∠BDC = ∠BCD, ∠ABE = ∠BDC ба ∠EBC = ∠BCD, шдуса ∠ABE = ∠EBC: Збрдидсдр ΔABE = ΔBEC (сир 2 цдпбф ба идубитер пр цидубид идбдуд` AB = BC, ∠ABE = = ∠EBC, BE – сбдрдидсдр б): Идидбдуд

հետևում է, որ $\angle BEA = \angle BEC$: Քանի որ $\angle AEC$-ն փռված է, ապա նրանցից $\angle BEA = \angle BEC = 90^\circ$: Հետևաբար է, որ $BE \perp AC$: Քանի որ մի հատվածին միակ ուղղահայացը տարված կետով անցնող ուղիղն է և միայն մեկը, ապա ուղղահայացը է նաև $BD$-ն, ապա $\Rightarrow AC \perp BD$:

222




$AB \parallel CD$

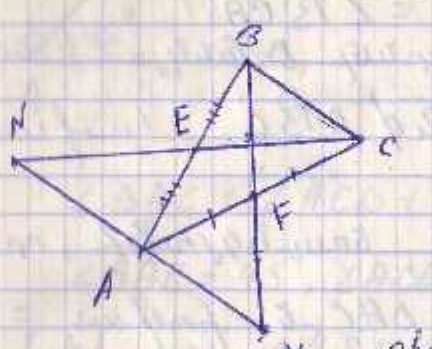
$AB = AC$

$\angle BCD = 40^\circ$

գտնել $\angle BAC$-ն

Քանի որ $AC = AB$, ապա $\angle ACB = \angle ABC$ ($\triangle ABC$-ն հավասարասրուն է): Քանի $AB \parallel CD$ ապա $\angle BCD = \angle ABC$ (հատողով ստացված): Քանի $\angle BCD = 40^\circ$ $\angle ACB = \angle ABC$ և $\angle BCD = \angle ABC$ համապատասխանաբար հավասար է, որ $\angle BCD = \angle ABC = \angle ACB = 40^\circ$. Այսպես $\angle ACD = 80^\circ$: $\angle ECD = \angle ECA + \angle ACD \Rightarrow \angle ECA = 100^\circ$: Քանի որ $AB \parallel CD$, ապա $\angle ECA = \angle BAC = 100^\circ$:

225




$BE = AE$

$AF = FC$

$NE = EC$

$BF = FM$

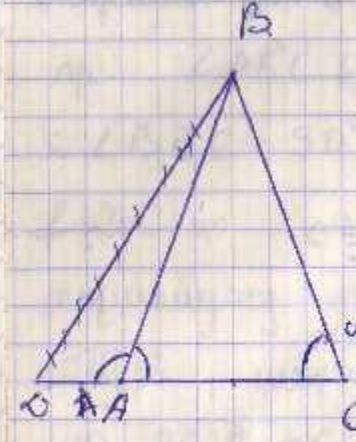
$M$ միացնում է, որ $A$, $N$ և $M$ կետերը գտնվում են մի ուղղի վրա

$\triangle BFC = \triangle AFM$ (ըստ 2 կողմի և նրանց կազմած անկյան՝ $BF = FM$, $AF = FC$, $\angle BFC = \angle AFM$): Հետևաբար համապատասխան անկյունների $AMF$-ն և $FBC$-ն հավասար են: $\Rightarrow BC \parallel AM$:

$\triangle AEN = \triangle BEC$ (ըստ 2 կողմի և նրանց կազմած անկյան՝ $NE = EC$, $AE = EB$, $\angle NEA = \angle BEC$): $\Rightarrow$ $\Rightarrow \angle AEN = \angle ECB \Rightarrow AN \parallel BC$:

$NA \parallel BC$ և $AM \parallel BC \Rightarrow M \in AN \parallel BC \Rightarrow A, M$ և $N$ կետերը գտնվում են մի ուղղի վրա:

237




$\angle DAB = 115°$

$\angle DAB = \angle ABC + \angle ACB$

$\angle BAC = \angle BCA$

так как биссектриса $\angle BAC$ является биссектрисой $\triangle ABC$, то

$\angle BAC = \angle BCA$; $\angle DAC$ - внешний $\angle$ при вершине $A$ $\triangle ABC$, $\angle DAC = 180°$, $\angle DAB = 115°$; $\angle BAC = \angle BCA = 65°$; $\angle B = 180° - 2\angle BAC = 50°$;

б) $\angle DBC = 115°$

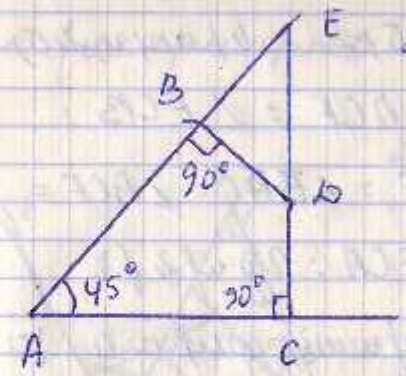
$\triangle ABC$ - равнобедренный:

$\angle DBA = 180°$, $\angle DBC = 115°$

$\angle ABC = 65°$;

$\angle A + \angle C = 180° - \angle ABC = 115°$

$\angle A = \angle C = 57°30'$




240

$\angle A = 45°$

$\angle ABD = \angle ACD = 90°$

так как $\angle ABD$, прямой

$\triangle BDC$ - равнобедренный:

$\angle BAC + \angle ACD + \angle BED = 180°$

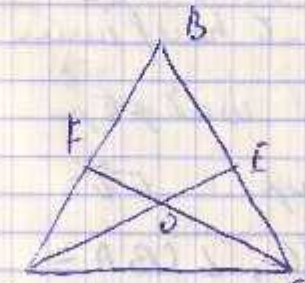
$\angle BAC = 45°$, $\angle ACD = 90°$ $\Rightarrow$ $\angle BED = 45°$

так как $\angle ABD = 90°$, значит $\triangle EBD$ прямоугольный $= \frac{1}{2} 90°$;

$\angle EBD = 90°$, $\angle AED = 45°$ $\Rightarrow$ $\angle BDE = 45°$;

так как $\angle BDC + \angle BDE = 180°$, $\angle BDE = 45°$, значит $\angle BDC = 135°$;

245



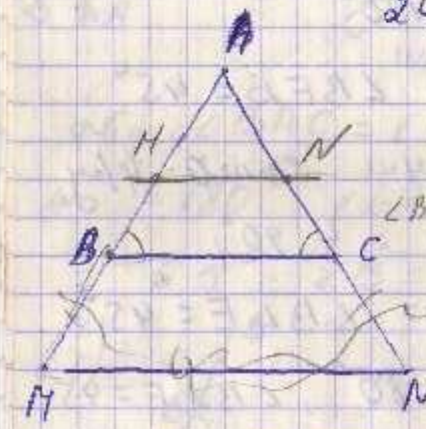

$AE$ и $CF$ - биссектрисы $\angle BAC$ и $\angle BCA$ - биссектрисы $\triangle ABC$ - биссектрисы, значит

$\triangle AOC$ - равнобедренный;

так как $\triangle ABC$ - равнобедренный и $\angle BAC = \angle BCA$, значит $CF$ и $AE$ - медианы

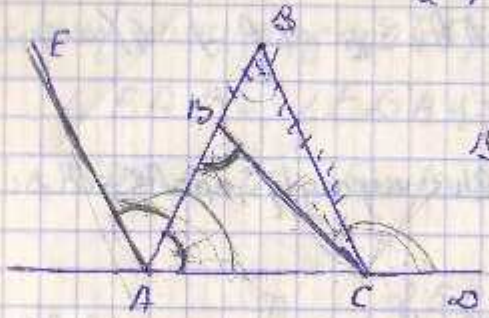
BAC и BCA медианы. Центр тяжести
ш. $\Rightarrow \angle BAE = \angle EAC$ и $\angle ACF = \angle FCB$.
$\angle BAC = \angle BCA \Rightarrow \angle BAE = \angle EAC = \angle ACF =$
$= \angle FCB \Rightarrow \angle EAC = \angle FCA$. Что и требовалось.
$AO = OC \Rightarrow \Delta AOC$ - равнобедренный.

246




$MN \parallel AC$
$\Delta ABC$ - равнобедренный
$\angle B = \angle C$
Докажем, что $\Delta MAN$ - равнобедренный.
Дано: $BC \parallel MN$, тогда $\angle BCA = \angle MNC$ и $\angle CBA = \angle NMB$ (равные соответственные углы); дано, что $\Delta ABC$ - равнобедренный, тогда равны углы $\angle ABC$ и $\angle ACB$ соответственно:
$\angle BCA = \angle CBA$, $\angle BCA = \angle MNC$, $\angle CBA = \angle NMB \Rightarrow \angle BMN = \angle CNM \Rightarrow AM$ продолжение AN продолжения $\Rightarrow \Delta AMN$ - равнобедренный.

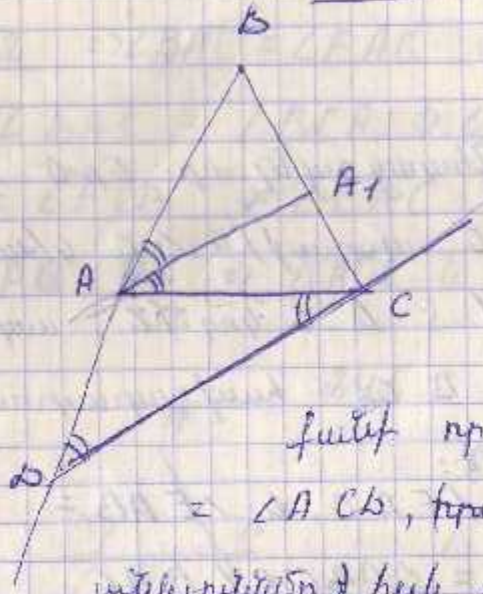
247.




Докажем, что $\Delta ABC$ - равнобедренный.
$EA \parallel BC$ - равнобедренный.
$EA \parallel BC \Rightarrow \angle BCD = \angle EAC$ и $\angle EAB = \angle ABC$; $\angle BCD = \angle ABC + \angle BAC$
(дано, что $\Delta ABC$ - равнобедренный).
$\angle BCD = \angle ABC + \angle BAC$, $\angle BCD = \angle EAB + \angle ABC \Rightarrow \angle ABC = \angle EAB$, $\angle BAC = \angle EAB$; $\angle EAB = \angle BAC$, $\angle EAB = \angle ABC \Rightarrow \angle ABC = \angle BAC \Rightarrow \Delta ABC$ - равнобедренный.

248

248




$AA_1 \parallel DC$

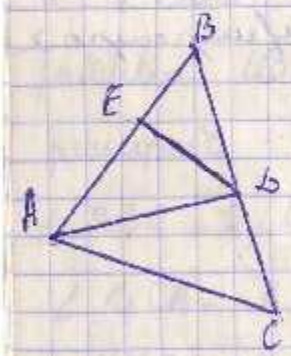
$AA_1$ – с $\angle A$ – 1 угол

Доказать, что $AC = AD$.

Доказательство: так как $AA_1 \parallel DC$, то $\angle A_1AC = \angle ACD$, как (накрест лежащие при параллельных прямых) и $\angle BAA_1 = \angle ADC$ (как накрест лежащие при параллельных прямых):

$\angle BAA_1 = \angle A_1AC$, $\angle A_1AC = \angle BCD$, а $\angle BAA_1 = \angle ADC \Rightarrow \angle ADC = \angle ACD \Rightarrow AC = AD$.

249




$ED \parallel AC$

$AD$ – с $\angle BAC$ – 1 угол

Доказать, что $\triangle AED$ – равнобедренный.

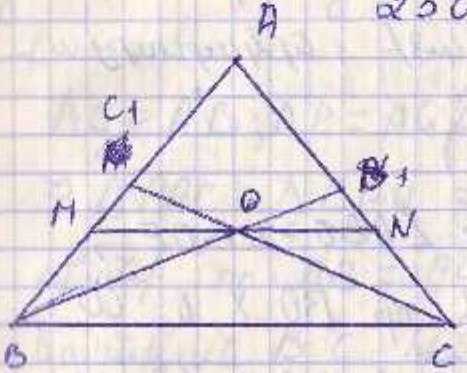
Доказательство: так как $AD$ – с $\angle BAC$ – 1 угол, то $\angle BAD = \angle DAC$. $ED \parallel AC \Rightarrow \angle EDA = \angle ADE$:

$\angle BAD = \angle DAC$, $\angle CAD = \angle ADE$

Получили, что $\triangle AED$ – равнобедренный, т. к. $\angle EAD = \angle EDA \Rightarrow AE = ED$: Чтд.

$\triangle AED$ – равнобедренный

250




$MN \parallel BC$

$BB_1$ и $CC_1$ – с

равнобедренными треугольниками

$\angle B$ – 1 и $\angle C$ – 1 угол

Доказать:

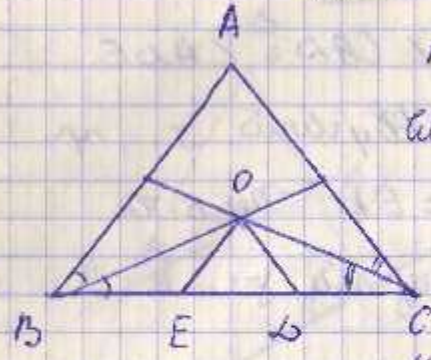
Доказать, что $MN = BM + CN$

$MN \parallel BC \Rightarrow \angle B_1BC = \angle MOB$ и $\angle OCB = \angle NOC$

Доказ $\angle MBO = \angle OBC$ и $\angle OCB = \angle OCN$:

$\angle OBC = \angle MOB$, $\angle OCB = \angle NOC$, $\angle MBO = \angle OBC$, $\angle OCB = \angle OCN \Rightarrow \angle MBO = \angle MOB$, $\angle NOC = \angle NCO$, доказ $BM = MO$ и $ON = NC \Rightarrow BM + NC = MO + ON$, доказ $MN = BM + NC$

251




BO – б и CO – б ΔABC – ғ ұшын өтетін түзу

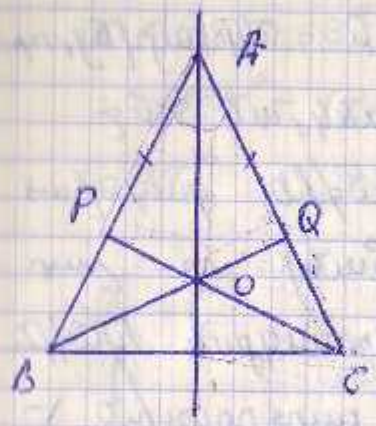
OE ∥ AB, OD ∥ AC

Тиісті ұшбұрыштарды, яғни ΔOEC – ғ периметрін $P_c$, ал яғни ғ BC кесіндісі арқылы өрнектеңіз:

AB ∥ OE және AC ∥ OD ⇒ ∠ABO = ∠BOE, ∠ACO = ∠DOC. Себебі BO – а және CO биссектрисалар ∠ABC – ғ және ∠ACB – ғ ұштарын қосады, яғни ∠ABO = ∠OBE және ∠DCO = ∠OCA; ∠ABO = ∠BOE, ∠ACO = ∠DOC, ∠ABO = ∠OBE, ∠DCO = ∠OCA ⇒ ~~∠BOE =~~ ⇒ ∠BOE = ∠DBE және ∠DOC = ∠DCO ⇒ ⇒ DE = EO және OD = DC.

DE = EO, OD = DC ⇒ BE + ED + DC = EO + + OD + EC. Яғни $P_{DOEC} = BC$.

252




AB = AC

AP = AQ

Тиісті түзуін, яғни ΔBOC – а биссектрисасын б:

AC = AB, AP = AQ және A – а ортақ бұрыш) ⇒ ⇒ ΔPAC = ΔBAQ ⇒ ∠ABQ = ∠ACQ: себебі яғни AB = AC, яғни ABC биссектрисасы бөлгендіктен BC кесіндісі шеткерлер B және C нүктелерінен бірдей қашықтықта жатыр:

∠PBQ = ∠QCP, ∠B = ∠C ⇒ ∠OBC = ∠OCB, яғни ортасында OB = OC ⇒ яғни ΔBOC – а биссектрисасын б:

в) Тиісті түзуін, яғни OA ⊥ BC және ортасында BC – ғ қиылысу нүктесі:

Екінші жағынан қарастырсақ, яғни ΔAPC = ΔACP және ΔBOC – а биссектрисасын б ⇒ ∠APO = ∠AQO, яғни PO = OQ (бастапқы ұ.

$PC = QB$ и $OC = OB$), тогда $\triangle APC = \triangle AOQ$. Докажем, что $AP = AQ \Rightarrow \triangle APO = \triangle AOQ$. Докажем, что $ABC$ биссектриса внешнего угла $BC$ проведем $AO$ биссектрису угла $A$ ($\angle PAO = \angle OAQ$). Тогда из равенства биссектрис внешнего угла треугольника следует равенство $\triangle$ и $\perp$ биссектрис, тогда $AO$ и $BC$ проведем равенство $\triangle$ и биссектрис $\Rightarrow AO \perp BC$. И $AO$ и является $\triangle$ $BC$ - биссектрисой.

261

$CD = DE$

$\angle D = 54^\circ$

$CF \perp ED$

Найти $\angle ECF$.

Дано: $\triangle CDE$ и биссектриса $\triangle$, тогда $\angle DCE = \angle DEC = \frac{180^\circ - \angle D}{2}$; $\angle D = 54^\circ$, тогда $\angle DCE = \angle DEC = 63^\circ$

$CF \perp ED \Rightarrow \angle CFE = 90^\circ$;

$\angle DEC = 63^\circ$, $\angle CFE = 90^\circ \Rightarrow \angle FCE = 180^\circ - (\angle DEC + \angle CFE)$, тогда $\angle FCE = 27^\circ$.

262

$\triangle ABC$ - прямоугольный биссектрисой $\angle ACB = 60^\circ$

$AC + BC = 26,4$ см

Найти $BC$.

$\angle BAC$ - угол $\triangle$, тогда $= \triangle 90^\circ$, $\angle BCA = 60^\circ \Rightarrow \angle ABC = 30^\circ$.

Дано: прямоугольный биссектрисой $2^\circ$ и прямоугольный биссектрисой $30^\circ$ и катет напротив $= \frac{1}{2}$ гипотенузе.

$2^\circ \Rightarrow AC = \frac{1}{2} BC$.

$AC + BC = 26,4$ см

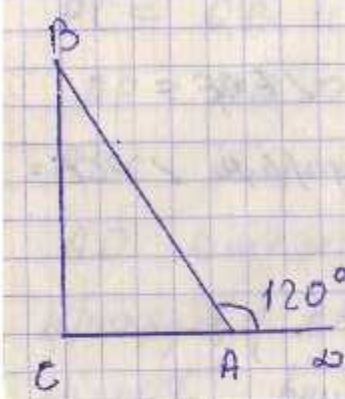
$AC = \frac{1}{2} BC$

$\Rightarrow BC + \frac{1}{2} BC = 26,4$ см

$1,5 BC = 26,4$ см

$BC = 17,6$ см

№ 63




$\angle BAD = 120°$

$\angle BCA = 90°$

$AC + AB = 18$ см

Найти $AC$ и $AB$.

$\angle BAD = 120° \Rightarrow \angle CAB = 60°$. Так как $\angle CAB = 60°$, ~~найти~~ $\angle BCA = 90°$, значит $\angle CBA = 30° \Rightarrow AC = \frac{1}{2} AB$.

Так как $AC + AB = 18$ см и $AC = \frac{1}{2} AB$, значит

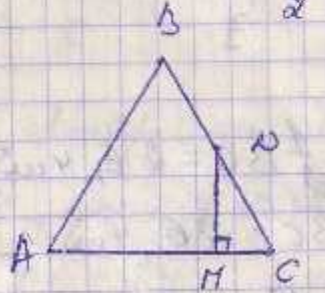
$\frac{1}{2} AB + AB = 18$ см

$1{,}5\,AB = 18$ см

$AB = 12$ см

$AB = 12$ см, $AC + AB = 18$ см $\Rightarrow AC = 6$ см.

№ 64




$AB = BC = AC = 12$ см

$BD = DC$

$DM \perp AC$

Найти $AM$.

Т.к. $\triangle ABC$ – равносторонний, значит $\angle A = \angle B = \angle C = 60°$

$\angle C = 60°$, $\angle DMC = 90° \Rightarrow \angle MDC = 30°$.

$\angle MDC = 30° \Rightarrow MC = \frac{1}{2} DC$.

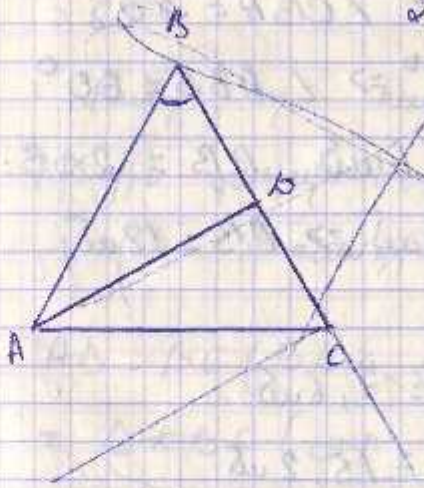
$BC = 12$ см, $BD = DC \Rightarrow DC = 6$ см.

$MC = \frac{1}{2} DC \Rightarrow MC = 3$ см

Так как $MC = 3$ см, $AC = 12$ см, значит

$AM = AC - AM = 9$ см.

№ 65



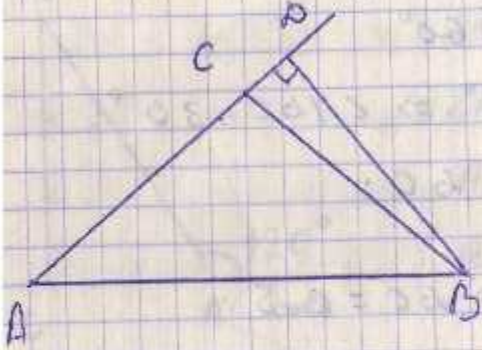

$\angle B = 120°$

$AD = 9$ см

$AD \perp AC$

Найти $AC$.

265




$\Delta ABC$ -ն հավասարասրուն է՝ $\angle ACB = 120^\circ$ գագաթով, $BD \perp AD$, $BD = 9$ սմ: Գտնել $AB$:

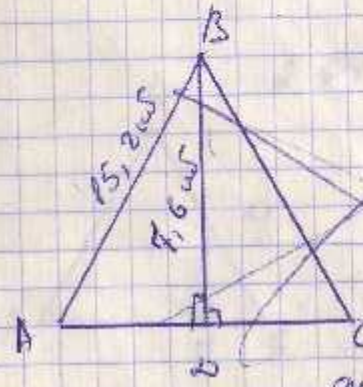
Լուծ. որ $\Delta ABC$-ն հավասարասրուն է, հետևում է՝ $\angle CAB = \angle CBA$:

$\angle ACB = 120^\circ$, $\angle CAB = \angle CBA \Rightarrow \angle CAB + \angle CBA = 60^\circ$: Նշանակենք $\angle CAB = \angle CBA = x$

$\angle DAB = 30^\circ$, $\angle ADB = 90^\circ \Rightarrow \angle ABD = 60^\circ$: Նշանակենք $DB = \frac{1}{2} AB$ կամ $AB = 2DB$:

$AB = 2DB$ և $DB = 9$ սմ $\Rightarrow AB = 18$ սմ:

266

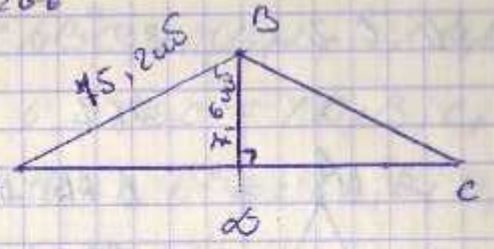



$BD = 7,6$ սմ

$AB = 15,2$ սմ

$\Delta ABC$ -ն հավասարասրուն է՝ $BD \perp AC$

գտնել $\Delta ABC$-ի անկյունները




$AB = 15,2$ սմ,

$BD = 7,6$ սմ

$BD \perp AC$.

$\Delta ABC$-ն հավասարասրուն է

գտնենք $\angle A$-ն, $\angle B$-ն և $\angle C$-ն

$AB = 15,2$ սմ, $BD = 7,6$ սմ $\Rightarrow BD = \frac{1}{2} AB \Rightarrow$

$\Rightarrow \angle A = 30^\circ$

$\angle A = 30^\circ$, $\angle ADB = 90^\circ$, նշանակենք $\angle ABD = 60^\circ$:

Քանի որ հավասարասրուն եռանկյան հիմքին կից անկյունները հավասար են (և սուր), ապա $\angle ABD = \angle DBC = 60^\circ$:

$AB = BC$ ($BD$-ն և՛ միջնագիծ է՛-) $\Rightarrow \Delta ABD = \Delta DBC$ (ըստ երկու կողմի և նրանց կազմած անկյան):

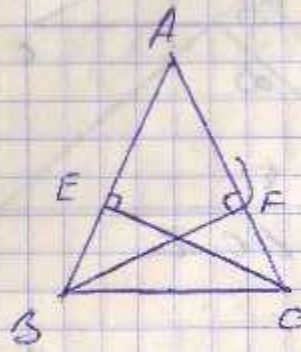
Նշանակենք 2-րդ եղանակով $\Delta ABC$-ն հավասարասրուն է, ապա $\angle A = \angle C = 30^\circ$.

$\angle A = \angle C = 30^\circ$, $\angle ABD = \angle DBC = 60^\circ \Rightarrow$

$\Delta ABC$-ի անկյունները $A$-ն $= 30^\circ$, $B$-ն $= 120^\circ$

и C-й = 30°.

267




$\triangle ABC$ – равнобедренный

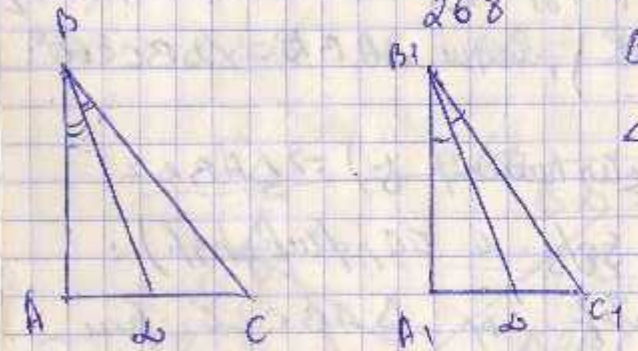
$AB \perp EC$ и $BF \perp AC$

Докажите, что $FB = EC$.

Рассмотрим $\triangle ABC$ – равнобедренный, $AB = BC$ (по условию), $\angle B = \angle C$ (углы при основании $\triangle$), рассмотрим $\triangle ECB = \triangle FBC$ (по 2 признаку и общей стороне $BC$ и общему углу при вершине $B$):

$\triangle ECB = \triangle FBC \Rightarrow FB = EC$.

268




$BD$ – б и $B_1D_1$ – б

$\angle B = \angle B_1$

$BD = B_1D_1$

$ABC$ и $A_1B_1C_1$ – равнобедренные

Докажите, что $\triangle ABC = \triangle A_1B_1C_1$

$\angle B = \angle B_1$, т.к $\angle ABD = \angle DBC$, $\angle A_1B_1D_1 = \angle D_1B_1C_1$

$\Rightarrow \angle ABD = \angle A_1B_1D_1$ и $\angle DBC = \angle D_1B_1C_1$

$BD = B_1D_1$ по $BD = B_1D_1$ и $\angle ABD = \angle A_1B_1D_1$

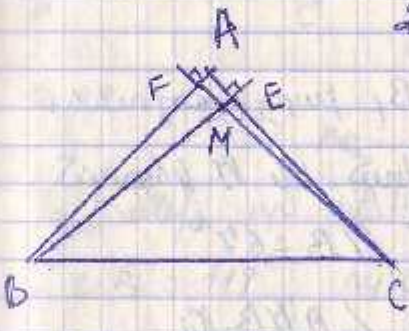
$\triangle ABD = \triangle A_1B_1D_1$ – прямоугольный $\triangle ABD$ и $\triangle A_1B_1D_1$ – прямоугольные

$ABC$ и $A_1B_1C_1$ – равнобедренные

$\angle BAC = \angle B_1A_1C_1 = 90$, $\angle ABC = \angle D_1B_1C_1$, следовательно $\angle C = \angle C_1$.

$\angle B = \angle B_1$, $AB = A_1B_1$ ($\triangle ABC$ – равнобедренный) $\Rightarrow \triangle ABC = \triangle A_1B_1C_1$ (по 2 признаку и общей стороне и общему углу между ними).

269




$\angle BMC = 140°$

$BE \perp AC$ и $CF \perp AB$

$\triangle ABC$ – равнобедренный

Докажите, $\triangle ABC$ – равносторонний

Рассмотрим $\triangle BMC$ – р $\angle BMC = 140°$, найдем $\angle FMB = \angle EMC = 40°$: $BE \perp AC$, $CF \perp AB \Rightarrow \angle BFM = \angle CEM =$

$= 90°$:

$\angle BEM = \angle CEM = 90°$, $\angle BMF = \angle CME = 40°$ $\Rightarrow$

$\Rightarrow \angle FBM = \angle ECM = 50°$

Дано: $\triangle ABC$ — равнобедренный, $\angle FBM = \angle ECM$, тогда $\angle MBC = \angle MCB$ $\Rightarrow$

$\angle MBC = \angle MCB$, $\angle BMC = 140°$ $\Rightarrow \angle MBC +$

$+ \angle MCB = 40°$. Тогда $\angle MBC = \angle MCB =$

$= 20°$

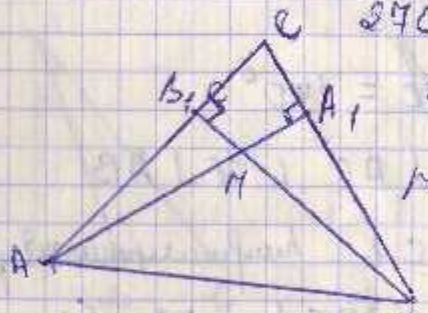
$\angle MBC = \angle MCB = 20°$ и $\angle FBM = \angle ECM =$

$= 50° \Rightarrow \angle B = \angle C = 70°$

$\angle B = \angle C = 70° \Rightarrow \angle A = 40°$.

Ответ: $\angle B = 70°$, $\angle C = 70°$, $\angle A = 40°$.

270




$AA_1$ и $BB_1$ — перпендикуляры, проведенные к сторонам $BC$ и $AC$ равнобедренного

$\triangle ABC$. $\angle A = 55°$, $\angle B = 67°$

Найти $\angle AMB$.

$\angle A = 55°$, $\angle B = 67° \Rightarrow \angle C = 58°$.

Дано: $AA_1 - h$ и $BB_1 - h$ $CB$ и $AC$ соответственно

и $M$ — точка пересечения биссектрис. Тогда

$\angle CA_1M = \angle CB_1M = 90°$.

$\angle C = 58°$ и $\angle CA_1M = \angle CB_1M = 90° \Rightarrow \angle CAA_1 =$

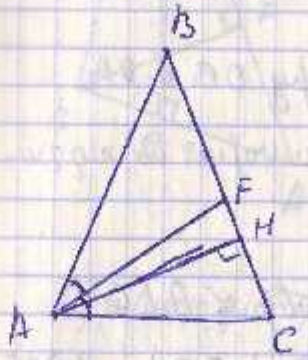
$= \angle CBB_1 = 32°$.

$\angle A = 55°$, $\angle B = 67°$, $\angle CAA_1 = \angle CBB_1 = 32° \Rightarrow$

$\Rightarrow \angle MAB = 23°$, $\angle MBA = 35°$.

$\angle MAB = 23°$, $\angle MBA = 35° \Rightarrow \angle AMB = 122°$

271




$\triangle ABC$ — равнобедренный,

$AF$ — биссектриса $\angle A$, $AH \perp BC$.

Найти $\angle B = 112°$

Решение: $\triangle AHF$ — прямоугольный:

Дано: $\triangle ABC$ — равнобедренный, $\angle B = 112°$, тогда $\angle A = \angle C = 68°$

$AF$ — биссектриса $\angle A$, следовательно

$\angle BAF = \angle FAC = 34°$.

Т.к. $AH \perp BC$, тогда $\angle BHA = \angle H = 90°$

$\angle BAF = 34^\circ$, $\angle B = 112^\circ \Rightarrow \angle BFA = 34^\circ$

Тогда $\angle BFA = 34^\circ$, тогда $\angle HFA = 146$;

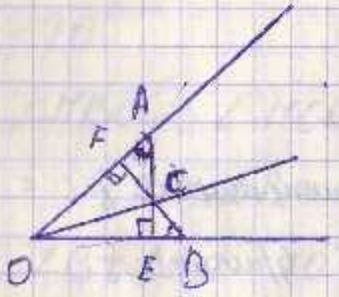
$\angle HF$

$\angle C = 68^\circ$, $\angle FAC = 34^\circ \Rightarrow \angle AFC = 78^\circ$

$\angle AFC = 78^\circ$, $\angle FHA = 90^\circ \Rightarrow \angle FAH = 12^\circ$

Ну а тогда $\triangle ABC$ искомый угол $\angle AFC = 78^\circ$, $\angle FHA = 90^\circ$ и $\angle FAH = 12^\circ$.

272




$OA = OB$

A и B циркулем OB и OA

циркулем три отрезка от получившихся

AFC и CEB искомые треугольники тогда $\angle AFC = \angle BEC = 90^\circ$ ($BF \perp OA$ и $AE \perp OB$), $\angle ACF = \angle BCE \Rightarrow \angle CFA = \angle CBE$:

$AE \perp OB$, $BF \perp OA \Rightarrow AEO$ и $FOB$ искомые треугольники подобны:

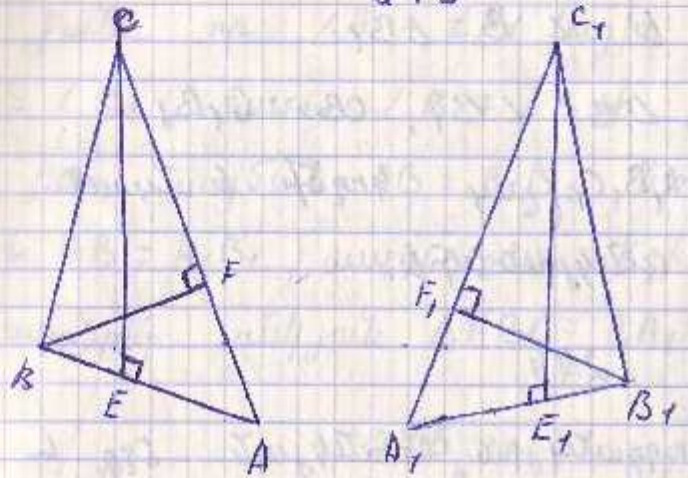
$OA = OB$, $\angle OAC = \angle OBC \Rightarrow \triangle AOE = \triangle BOF$

$\triangle AOE = \triangle BOF \Rightarrow$ ~~$AE = FB$~~ $OE = OF$ (AC и циркулем S) $\Rightarrow \triangle OFC = \triangle OEC$ (опр 8h и циркулем):

$\triangle OFC = \triangle OEC \Rightarrow \angle FOC = \angle COE$:

Ну и тогда $\angle FOC = \angle COE$, тогда OC и AOB искомый циркулем S:

273




Треугольники ABC и $A_1B_1C_1$ искомые циркулем, причем $CB = C_1B_1$, $CE = C_1E_1$, $BF = B_1F_1$. $BA \perp CE$ $CE$, $C_1E_1$, $BF$ и $B_1F_1$ – $AB$, $A_1B_1$, $CA$ и $A_1C_1$ циркулем циркулем циркулем. Получившийся, что $\triangle ABC = BA_1B_1C_1$. Тогда при $CE \perp BA$, $BF \perp AC$, $C_1E_1 \perp B_1A_1$, $B_1F_1 \perp A_1C_1$, тогда искомый ~~искомый~~, $CBF$-е, $C_1B_1F_1$-е, $BCE$-й и $B_1C_1E_1$-е подобны на

Вспомогательное: Построим $BC = B_1C_1$, $CE = C_1E_1 \Rightarrow \triangle BCE = \triangle B_1C_1E_1$; $BC = B_1C_1$, $BF = B_1F_1 \Rightarrow \triangle CBE = \triangle C_1B_1F_1$ (по двум сторонам и углу между ними).

Тогда $\triangle BCE = \triangle B_1C_1E_1$, $\triangle CBE = \triangle C_1B_1F_1$, значит $\angle C = \angle C_1$ и $\angle B = \angle B_1$.

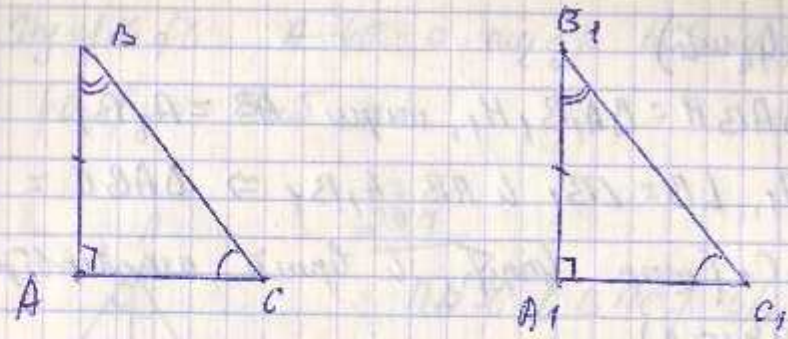
$\angle C = \angle C_1$, $\angle B = \angle B_1$, $CB = C_1B_1 \Rightarrow$

$\Rightarrow \triangle ABC = \triangle A_1B_1C_1$ (по стороне и прилежащим к ней углам) и значит искомое доказано.

## 274

Доказательство: Через точку пересечения биссектрис построим биссектрису третьего угла. Получим три равных треугольника, которые будут прилежащими к данной стороне и к двум равным углам, значит они равны по второму признаку равенства треугольников.

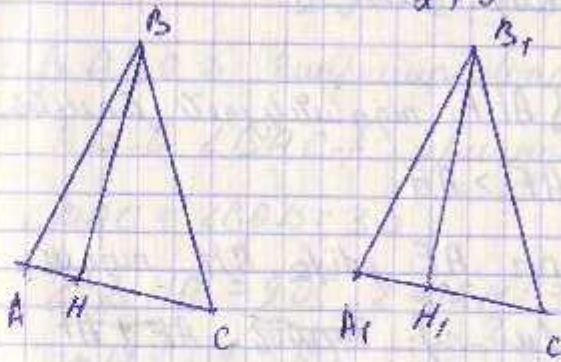
Что и требовалось доказать: Треугольники $ABC$ и $A_1B_1C_1$ прилежащие стороны, причем $AB = A_1B_1$, и $\angle C = \angle C_1$. Значит по второму признаку, то $\triangle ABC = \triangle A_1B_1C_1$.




Дано: $\angle A = \angle A_1$ (по условию), $\angle C = \angle C_1$, $AC = A_1C_1$. Доказать $\angle B = \angle B_1$.

Доказательство: Через $AB = A_1B_1$. Тогда $\angle B = \angle B_1$ и $AB = A_1B_1$, значит по второму признаку равенства $\triangle ABC = \triangle A_1B_1C_1$.

## 275




$\angle A = \angle A_1$

$\angle B = \angle B_1$

$BH = B_1H_1$

Что и требовалось доказать.

Дано: $\angle A = \angle A_1$, $\angle AHB = \angle A_1H_1B_1$ (по условию), $BH = B_1H_1$. Доказать $\angle ABH = \angle A_1B_1H_1$.

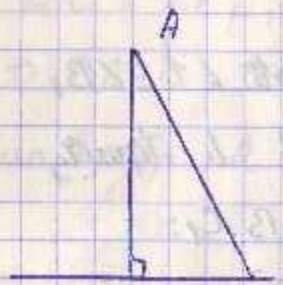
$\angle ABH = \angle A_1B_1H_1$, $BH = B_1H_1 \Rightarrow \triangle ABH = \triangle A_1B_1H_1$ (по прилежащей стороне и двум углам

кбр шаһдшй):

Дрй $\triangle ABH = \triangle A_1B_1H_1$, шшш $AB = A_1B_1$:

$\angle A = \angle A_1$, $\angle B = \angle B_1$ й $AB = A_1B_1 \Rightarrow \triangle ABC = \triangle A_1B_1C_1$ (ешр ктщ й брий аиедйгбр 2 шйдшйайбрф).

276.




А ббфгу а пщфйъ ушщгшй ь AH пщдайшщуе й AF рйбе: дйр прпъ $AH + AF = 17$шъ ршф $AF - AH = 1$шъ

Фчайй. AH - ?

$\angle AHF = 90^\circ \Rightarrow \triangle AHF$ пщдайшщуей ёлшйбщай ь, прйъ $AF > AH$:

$AF - AH = 1$шъ $\Rightarrow$ пр AF рйбе AH пщдшйшщуфу ъбS ь 1шъ-пф. ~~Пщтйъ~~ ~~$AF + AH$~~

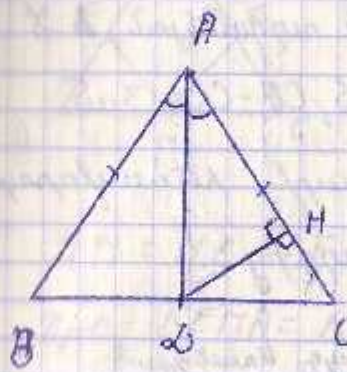
$AF = AH + 1$ й $AH + AF = 17$шъ $\Rightarrow$

$\Rightarrow AH + 1 + AH = 17$шъ

$2AH = 16$шъ

$AH = 8$шъ

Пчайфй A йб а пщдф йгпшгпщгшйе й ббщгу Bиъ ф:




247

AD-й $\angle BAC$-ф ббшщгйе $\triangle ABC$ й пшгшшщшщгъ ь DH-е ь ббщгф й AC в пщ-ф) DH-е AC пщдф йб-пшгпщгшйъ ь ь ббщгу:

$DH = 6$шъ.

Фчайй Aшидшгф пшгшгпщгшйе BC пщдгу:

$\triangle ABC$ й пшгшшгйъ ь $\Rightarrow \angle B = \angle A = \angle C = 60^\circ$.

AD-й $\angle BAC$-ф ббшщгй ь, пшгшшщшщ $\angle DAC$ $\angle DAC = \angle BAD = 30^\circ$:

$\angle DHA = 90^\circ$, $\angle DAH = 30^\circ \Rightarrow$ ~~$\angle ADH = 60^\circ$~~

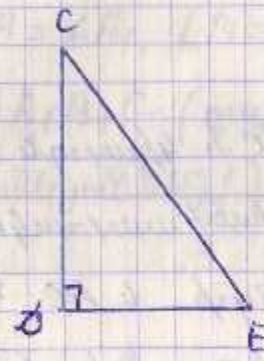
$DH = \frac{1}{2} AD$

$DH = 6$шъ $\Rightarrow AD = 12$шъ:

$AB = BC$, AD-й $\angle A$ ббшщгй ь $\Rightarrow$

AD-й шшй ршщгшщгшй ь (й ъбщшзгъ).

$\Rightarrow AD \perp BC$. Пчайфй й ббчф йбшгпшгшщ-




278

CH ⊥ DACE ü πρραιβμπ Δ ∠

CE + CD = 31 սδ, CE − CD = 3 սδ

Φμπεβ C φιιζιφ հեπιπμρρ.

μπιβ DE πμζ/μ:

∠ CDE = 90° ⇒ CE ü sես ∠ μμπ հιπεβμμμ

եզ/μ: μμ/ե վե CE > CD > DE:

Ֆրե CE − CD = 3 սδ, ιιμμι CE-ü CD-μμ sես ∠

3 սδ-πμ:

CE − CD = 3 սδ, CE + CD = 31 սδ (CD + 3 = CE) ⇒

⇒ CD + CD + 3 = 31 սδ

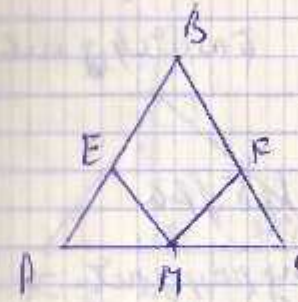
2 CD = 28 սδ

CD = 14 սδ

Ιμ/եվե C կեփ հեπιπμρρμμβե DE πμ-

μμ 14 սδ ∂:






ΔABC-ü հեφ/ιιιιμρμιιμρμιιμ ∂

EA = FC

M-ե AC կπρβ ∂ρζιιιφβμե

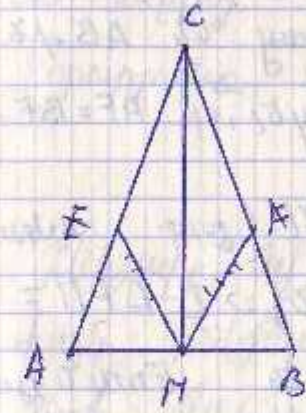
կιμμιμμβζ, πρ ME = MF

AM = MC, AE = FC, ∠A = ∠C ⇒ ΔEMA = ΔCFM

Ֆրե ΔEMA = ΔCFM, ιιμμι EM = MF:

EM = MF ⇒ E ιι F կեμβե M կեπ/μ զեπ-

եμսδ վե ζιμμ հեπιπμρρμμβե φμι.




280

AM = MB

ΔABC ü հեφ/ιιιιμρμιιμρμιιμ ∂

կιμμιμμβζ, πρ CM-ե AB

հδ/μ վ կιμμιμμ μιιζρπρ-

μμ ∂ιιβ ∂:

ΔABC-ü հեφ/ιιιιμρμιιμρμιιμ δ ⇒ CA = CB ι

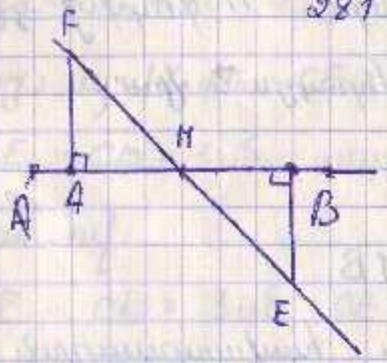
∠A = ∠B:

AM = MB, CA = CB, ∠A = ∠B ⇒ ΔACM = ΔMCB

$\triangle ACM = \triangle MCB = \angle ACM = \angle MCB$ — луч $CM$ — биссектриса биссектрисы $AB$ прямого угла $C$ — биссектриса $\triangle ABC$.

Биссектриса биссектрисы прямого угла равноудалена от его сторон (и обратно) $\Rightarrow$ $CM$ — ГМТ, равноудаленных от $AB$ прямого угла.

281



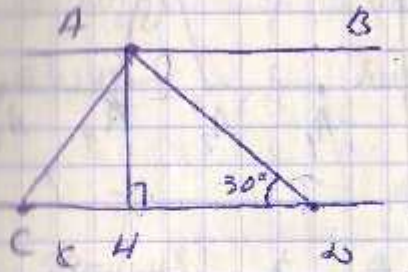

$M$ — ГМТ $AB$, проведенных к $BE$ и $AF$ — $AB$ — биссектриса.

Рассмотрим $\triangle$, где $AF = BE$:

$AM = AM = MB$, $\angle AMF = \angle BME$ (вер. накрест лежащие) $\Rightarrow \triangle AFM = \triangle MBE$ (по гипотенузе и острому углу).

$\triangle AFM = \triangle MBE \Rightarrow AF = BE$.

282




$AB \parallel CD$

$\angle ADC = 30°$

$AD = 6$ см

Найти: $AH$ — ?

$\angle AHD = 90°$, $\angle HDA = 30° \Rightarrow AH = \frac{1}{2} AD$.

Пусть $AD = 6$ см, тогда $AH = 3$ см.

Прямые $AB$ и $CD$ перпендикулярны, т.к. угол $A$ прямой и $AB \perp CD$ $\Rightarrow$ $AB$ и $CD$ перпендикулярны и расстояние между ними равно 3 см.

290.

Любая биссектриса делит 2 отрезка, чья длина равна 3:

Это любая прямая, проходящая через середину и перпендикулярная отрезку, длина которого 6 см.

Ծեկույց

Ֆիգ. ծայրը

№92

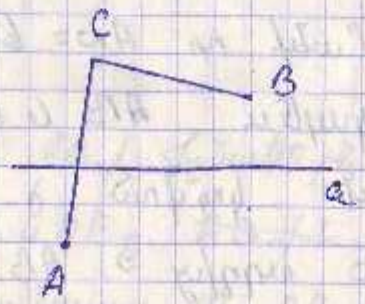
Գրված է a ուղիղը և A և B կետերը:

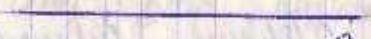
Նկարագրեք է

ում ուղիղը ընդհատ գծով

միացնել կետերը, որ

չհատի a ուղիղը:




Պրոցեսները նկարագրեք

ձեռ գծով:

I A և B կետերը ձգենք

մի a ուղիղ հատվեր կոտրված

գիծ որպեսզի ABB կետերը հա-

տեն է a ուղիղը

ա) Երբ A, C, B կետերը գտնվում են a ուղիղ է կոտրված գիծ որպեսզի ACB կետերը չհատեն a ուղիղը

№93

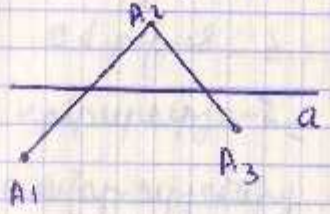
Գրված է a ուղիղ: Նկարեք n ո-

ղիղ կոտրված կետեր (n = 2, 3, 4, 5, 6), որ

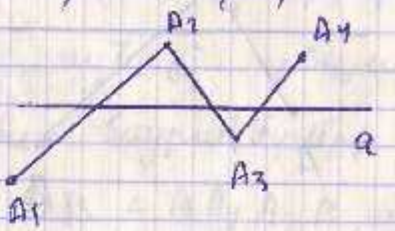
ոչ մի հինգ հատվածը ուղիղ կրճատ 2

հատվեն:

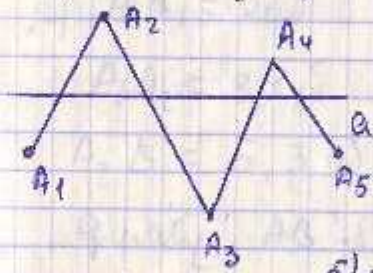
1) n = 2 օրինակ



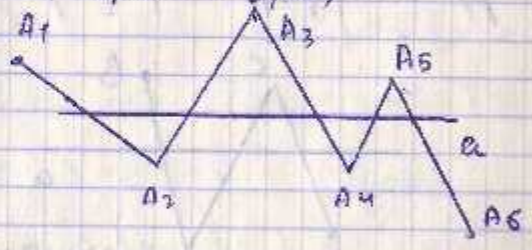

2) n = 3 օրինակ



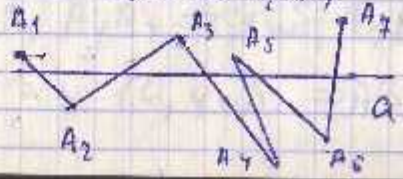

3) n = 4 օրինակ




4) n = 5 օրինակ

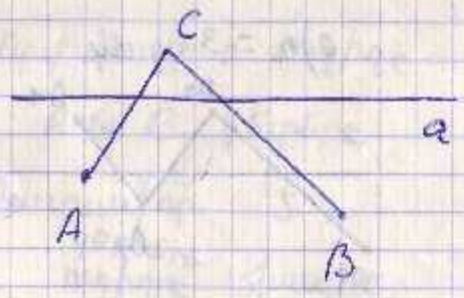



5) n = 6 օրինակ

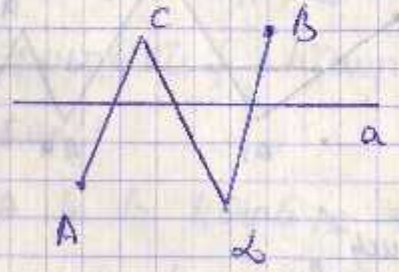


294

Ответ: а) нет; б) да




в) Ответ: нет



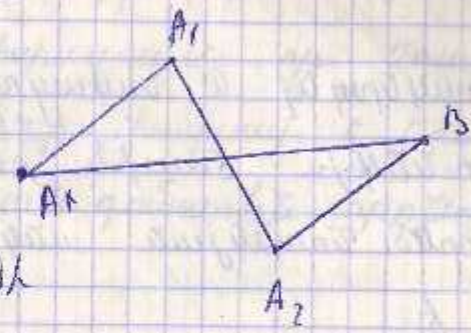

295

а) $A_1A_2 = 6$ см

$A_2A_3 = 8$ см

$A_3B_4 = 10$ см

Фигура AB является ограниченной




$AA_1 = 6$см, $A_1A_2 = 8$см, $A_2A_3 = 10$см $\Rightarrow AA_1A_2B$ четырехугольник ограниченный 24см.

Любая ли, если фигура является ограниченной, то любой ограниченный многоугольник содержит в себе многоугольник, если $AB < AA_1A_2B$, то $AB < 24$см.

б) $AA_1 = 2$см

$A_1A_2 = 3,1$см

$A_2B = 5,3$см

Фигура AB - ограниченная.

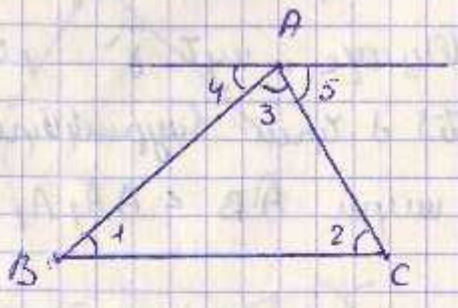
$AA_1 = 2$см, $A_1A_2 = 3,1$см, $A_2B = 5,3$см $= AA_1A_2B$ четырехугольник $= 10,4$см. $\Rightarrow AB < 10,4$см

## 1ին դիր կրկնության հարցեր

1) Ձևակերպել և ապացուցել եռանկյան անկյունների մասին թեորեմը:

Թեորեմ: Եռանկյան անկյունների գումարը $180^\circ$ է:

Ապացույց: Դիտարկենք ABC եռանկյունը, որի A գագաթից և BC կողմին տարված $a$ ուղիղ: Ապացուցենք, որ $\angle A + \angle B + \angle C = 180^\circ$:




Քանի որ $a \parallel AC$, հետևում է $\angle 2 = \angle 5$, $\angle 1 = \angle 4$ (որպես հատվողի անկյուններ):

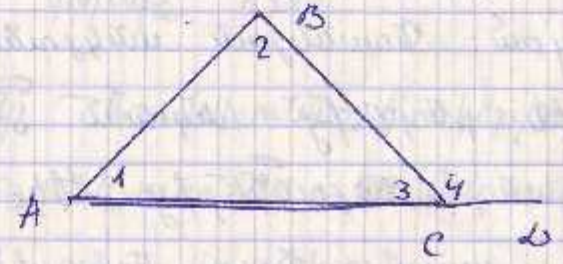
Ունենք $\angle 4 + \angle 3 + \angle 5 = 180^\circ$

$\angle 4 + \angle 3 + \angle 5 = 180^\circ$, ~~$\Rightarrow \angle 1 + \angle 3 + \angle$~~ $\angle 2 = \angle 5$,

$\angle 1 = \angle 4 \Rightarrow \angle 1 + \angle 3 + \angle 2 = 180^\circ$

2) Որ անկյուն է կոչվում եռանկյան արտաքին անկյուն: Ապացուցել, որ եռանկյան արտաքին անկյան մեծությունը հավասար է եռանկյան այն երկու անկյուններին, որոնք հարակից չեն:

Եռանկյան անկյան հարակից անկյունը կոչվում է եռանկյան արտաքին անկյուն:




Եռանկյան արտաքին անկյունը հավասար է երկու այն երկու անկյուններին, որոնք հարակից չեն երկուսին:

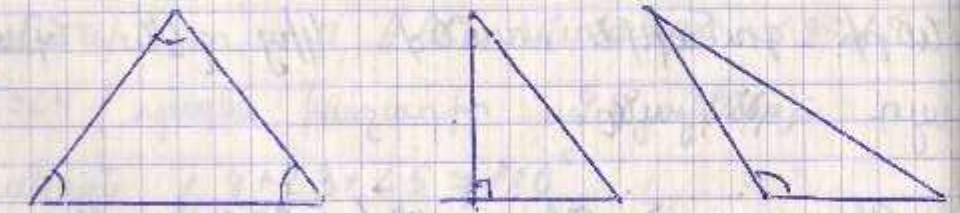
Ապացույց: Դիտարկենք ABC եռանկյունը, որի BC կողմի շարունակության վրա վերցնենք D կետը: Ապացուցենք, որ $\angle 4 = \angle 1 + \angle 2$

$\angle 1 + \angle 2 + \angle 3 = 180^\circ$ (քանի որ եռանկյան անկյունների

pի ներքին միակողմանի), $\angle 3+\angle 4=180^\circ \Rightarrow$
$\Rightarrow \angle 4=\angle 1+\angle 2$ ( $\angle 3+\angle 4=\angle 1+\angle 2+\angle 3$, որտեղից $\angle 3=\angle 3$, ապա $\angle 4=\angle 1+\angle 2$).

3. Ապացուցել, որ ուղղանկյուն եռանկյան մեջ կամայական սուր անկյան դիմացի էջը կամայական սուր անկյան կիսորդը ավելի մեծ հատված է բաժանում հիպոտենուզից:

Ապացուցում: Եռանկյան անկյունների գումարը ներքին միակողմանի ներքին անկյունների հավասար է, որի երկու եռանկյունների անկյունների տեսքը ուղիղ կամայական սուր է, ապա մյուս երկուսի գումարը 90° -ից ավելի է: Այսինքն մյուս երկու անկյունները սուր են:



Սուրանկյուն եռանկյուն Ուղղանկյուն եռանկյուն Բութանկյուն եռանկյուն

4) Եռանկյան կամայական երկու սուրանկյուն, երկու սուր անկյունները սուր են:

5) Եռանկյան երկու անկյունների տեսքը ուղիղ կամ բութ է, ապա եռանկյունը բութանկյուն է: Ուղղանկյուն եռանկյան ուղիղ անկյան դիմացի կողմը կոչվում է ներքնաձիգ, իսկ մյուս երկու կողմերը՝ էջեր:

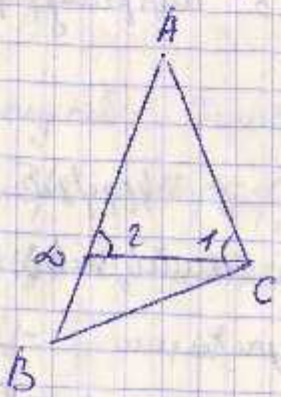
4) Եռանկյան երկու սուր անկյուններ կազմում են ուղիղ անկյուն: Եռանկյունն ուղղանկյուն է:

5) Եռանկյան մի անկյունը ուղիղ կամ բութ է: Դեպի այն են կողմերը ուղղանկյուն եռանկյան կողմերը:

6) Ապացուցել, որ եռանկյան մեջ 1) ավելի մեծ կողմի դիմացի անկյունը ավելի մեծ է, 2) ավելի մեծ անկյան դիմացի կողմը ավելի մեծ է:

Թեորեմ: Եռանկյան մեջ 1) ավելի մեծ կողմի դիմաց գտնվող անկյունը մեծ է ավելի մեծ անկյուն, 2) եռանկյան ավելի մեծ անկյան դիմաց գտնվում է ավելի մեծ կողմ:

Ապացույց: 1) Դիցուք ABC եռանկյան մեջ AB կողմը մեծ է AC կողմից: Պետք է ապացուցել, որ $\angle C > \angle B$:




AB կողմի վրա գտնենք AC կողմին հավասար AD հատվածը: D և C կետերը միացնենք DC հատվածով: Քանի որ D կետը գտնվում է AB կողմի վրա, ապա $AB > AD$: Նկատենք $\angle 1$-ը $\angle C$-ի մաս է. մասն ամբողջից մեծ է: $\angle 2$-ը ABD եռանկյան արտաքին անկյունն է, այսինքն մեծ է $\angle B$-ից: $\angle 1$-ը ու $\angle 2$-ը ABC հավասարասրուն եռանկյան հիմքին առընթեր անկյուններն են, և հետևաբար հավասար են: Ունենք՝ $\angle C > \angle 1$, $\angle 1 = \angle 2$, $\angle 2 > \angle B$: Ուստի դրից հետևում է $\angle C > \angle B$

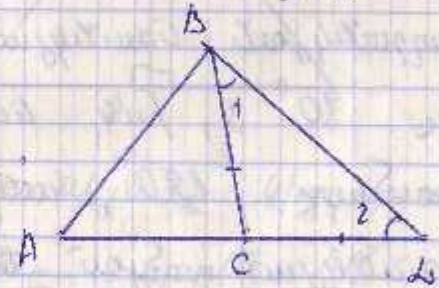
2) Դիցուք ABC եռանկյան մեջ $\angle C > \angle B$: Պետք է ապացուցել, որ $AB > AC$:

Ենթադրենք, թե AB հատվածը չի AC-ից մեծ կամ $AB = AC$, կամ էլ $AB < AC$: Առաջին հավասարության դեպքում կստացվի, որ ABC եռանկյան հավասարասրուն է, այսինքն $\angle C = \angle B$: $AB < AC$ անհավասարության դեպքում էլ $\angle B$-ն մեծ է $\angle C$-ից (ապացուցված է վերևում): Ստացվում է հակասություն: Հետևաբար հնարավոր երկու դեպքերից մեկն է իրականանում՝ կամ $AB = AC$, կամ $AB > AC$: Վերևում ապացուցվեց, որ առաջին դեպքը տեղի չունի և $AB > AC$: Պետք է ապացուցել նաև 2-րդ պնդումը:

3) Դիցուք եռանկյան եռանկյան

ABC եռանկյան երկու կողմերը հավասար են, ապա հանդիպակաց անկյունները ևս հավասար են:

Ապացույց: Դիցուք ABC եռանկյան մեջ AB=BC: Ապացուցենք, որ ∠A=∠C:




ABC եռանկյան AC կողմի շարունակության վրա վերցնենք BC կողմին հավասար

ծայր է ելնի փակ հատվածը:

Խնդիր 1: Ապացուցել եռանկյան երկու կողմերի տարբերությունը մեծ է երրորդ կողմից:

Բերենք այն է, որ ապացուցվի եռանկյան երկու կողմերի գումարը մեծ է ելնի հատվածից: Այդ փաստից հետևում է, որ եռանկյան մեծ կողմին հանդիպակաց անկյունը մեծ է ելնի հատվածից: Այդ պատճառով եռանկյան մեծ կողմին հանդիպակաց անկյունը ևս մեծ է: Ընդհակառակը, այդ եռանկյան հավասարասրուն է:

9) Ապացուցել, որ եռանկյան կողմերի գումարը մեծ է նրա երկու կողմերի տարբերությունից:

Ապացույց: Եռանկյան կողմերի գումարը մեծ է նրա երկու կողմերի տարբերությունից:

Ապացույց: Դիցուք ABC եռանկյան մեջ AB<BC+AC:

шар CD нигізінде: бұлар үш $BC = CD$, яғни $\angle 1 = \angle 2$. $\angle ABD > \angle 1$: $\angle 1 = \angle 2$, $\angle ABD \geq \angle 1$ $\angle 1$ кемімейді, үш $\angle ABD > \angle 2$, яғни $AD > AB$ (бұл үшбұрыш қабырғасы туралы теорема және шарт бойынша):

$AD = AC + CD$, $BC = CD$, $AD > AB \Rightarrow BC + AC > AB$:

Үш бұрышқа қатысты теоремаларды дәлелдеуде қолданылатын негізгі қасиеттерді қарастырайық:

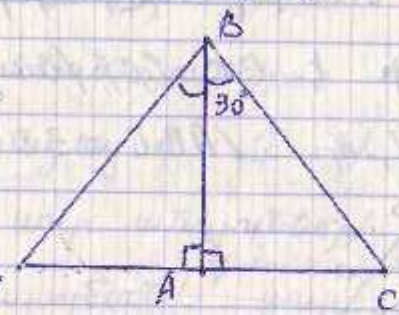
$AB < BC + AC$, $BC < AB + AC$, $AC < BC + AB$.

10) Теорема: үшбұрыштың сыртқы бұрышы оған іргелес емес екі ішкі бұрышының қосындысына тең.

Дәлелдеу: Үшбұрыштың сыртқы бұрышы 180° бұрышты толықтырады:

Теорема 2: Үшбұрыштың сыртқы бұрышы оған іргелес емес екі ішкі бұрышының қосындысына тең.

Теореманы дәлелдеу: $ABC$ үшбұрышының сыртқы бұрышы $\angle B = 30°$. Теорема үшін, $AC = \frac{1}{2} BC$.




$ABC$ үшбұрышына $AB$ қабырғасына қарай $ABC_1$ үшбұрышын салайық, $ABC$ және $ABC_1$ үшбұрыштары $AB$-қабырғасына қарай симметриялы, $\angle A = 90°$, $\angle B = 30°$, яғни $CC_1$ түзуінің $AB$ түзуіне қатысты

11) Теорема, үшбұрыштың сыртқы бұрышы 30°-қа көбейтілгенде бұрышқа тең болатын нүктелердің геометриялық орны бұрыш болады: Дәлелдеуі: Үшбұрыштың ішкі бұрыштарының қосындысы 180° тең:

Теорема 2: Үшбұрыштың сыртқы бұрышы 30°-қа көбейтілгенде бұрышқа тең болатын нүктелердің геометриялық орны бұрыш болады:

Теореманы дәлелдеу: $ABC$ үшбұрышының сыртқы бұрышы $\angle B = 30°$. Теорема үшін, $AC = \frac{1}{2} BC$.

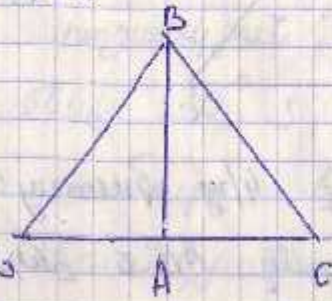
$\angle C = 60°$: $\triangle ABC = \triangle ABC_1 \Rightarrow \angle CBA = \angle ABC = 30°$, $\angle C = \angle C_1 = 60°$: Чуьрьфьа $C_1BC$ ьчиьбуулъе ьичьфчарчиьбчъ ь, ь ьъчьчьчуч $C_1C = BC$: Чичу $AC = \frac{1}{2} C_1C$:

$C_1C = BC$, $BC = \frac{1}{2} C_1C \Rightarrow AC = \frac{1}{2} BC$:

ьчьбр чр ~~AC~~ ь

Ъъчьчьчь 3: Хрь чрдчиьбуль ьчиьбуль ь ьс ьичьчар ь ьъбрфъчзьрфь чь-ьрь, чьчч ъерч дрьчуь ачр чиьбуль 30° ь ь:

Прьрчуьъьф ABC ьчиьбуль, чрдчр AC ьъс ьичьччар ь BC ъъбрфъчзьрфь чъьрь: Чичучрчуъьф, чр $\angle ABC = 30°$:




ABC ьчиьбуль чуъьф дрть ьичьчар ADB ьчиьбуль: Хрь $\triangle ABD =$ $= \triangle ABC$ (ь $AC = \frac{1}{2} BC$, ьчьбр) $\triangle DBC$ ь ьичьчрчиьбчъ ь: Чуьъьфь $\angle D = \angle B = \angle C = 60°$:

$\angle DBA = \angle ABC$, $\angle B = 60° \Rightarrow \angle DBA = \angle ABC = 30°$:

12) Ъичьъерчъ ь ччрчучуъ чрдчиьбуль ьчиьбуьиъъерь ьичьчарчуучь ьчучиъьрчс, ъчер ъъерьъчзьрфь ь ччр чиьбуль

Ъъчьчь: Хрь ър чрдчиьбуль ьчиьбуль ъъерьъчзьрфь чь Хрчь чарърър ччр чиьбуль ьичьчарчуч ьичьчар ъъ ъучр ъъерьъчзьрфь ь ччр чиьбуль, ччч ччр ьчиьбуьиъъерь ьичьчар ъъ:

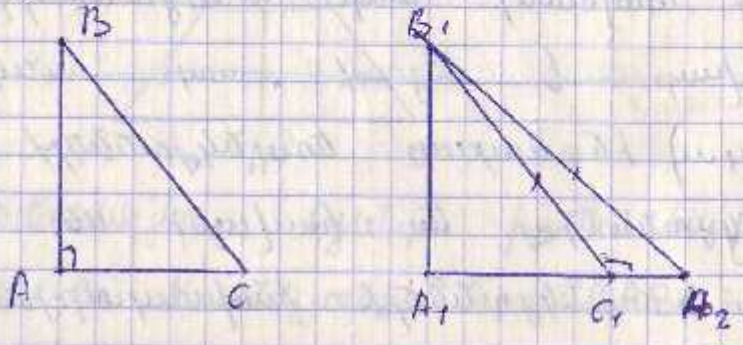
Ъичучучуъь: Ъичьр чр чрдчиьбуль ьчиьбуль ччр чиьбуьиъъерь дчьбчс 90° ь. ~~ьъъ~~ ъчер чччьъьф ~~ччр чиьбуьиъъерь~~ ьичьчар ь ъучр чиьбуль, ччч ъъбрьччуч ьчиьбуьиъъерь ~~ь~~ ччр чиьбуль ъъ ьичьчар ъъ: Ъичьр, ъчер ьчиьбуьиъъерь ~~ь~~ ьичьччучуъь ~~ь~~ ччр

гипотенуза, одного из катетов другого (теорема 2.9) и острого между ними углов другого треугольника, один из которых равен острому углу, между данными сторонами: 5)

13) Доказательство 4 признака подобия треугольников использует следующее свойство: если в треугольнике провести среднюю линию, то она отсекает треугольник, подобный данному и площадь которого в 4 раза меньше площади данного: 5)

Теорема: Если 2 треугольника подобны третьему треугольнику, то они подобны между собой.

Доказательство: Пусть $\triangle ABC$ подобен $\triangle A_1B_1C_1$, $\triangle A_1B_1C_1$ подобен $\triangle A_2B_2C_2$. Докажем, что $\triangle ABC \sim \triangle A_2B_2C_2$.




Доказательство: Пусть $\angle A = \angle A_1 = 90°$, $AB = A_1B_1$, $BC = B_1C_1$. Докажем, что $\triangle ABC = \triangle A_1B_1C_1$. Наложим $\triangle ABC$ на $\triangle A_1B_1C_1$ так, чтобы вершина $A$ совместилась с $A_1$, сторона $AB$ с $A_1B_1$, вершина $C$ с стороны $A_1B_1$, не содержащей $C_1$. Так как $AB = A_1B_1$, то $B$ совместится с $B_1$. Так как $\angle A = \angle A_1$, то $AC$ совместится с $A_1C_1$. Так как $AC = A_1C_1$, то $C$ совместится с $C_1$. Значит, $\triangle ABC = \triangle A_1B_1C_1$.

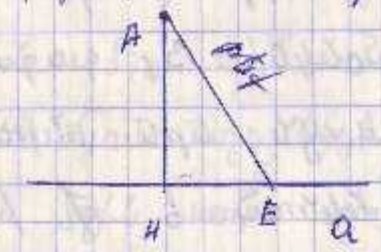
Теорема: Если 2 треугольника подобны третьему треугольнику, то они подобны между собой.

Доказательство: Пусть $\triangle ABC \sim \triangle A_1B_1C_1$ и $\triangle A_1B_1C_1 \sim \triangle A_2B_2C_2$. Докажем, что $\triangle ABC \sim \triangle A_2B_2C_2$. Так как $\triangle ABC \sim \triangle A_1B_1C_1$, то $\angle A = \angle A_1$, $\angle B = \angle B_1$, $\angle C = \angle C_1$. Так как $\triangle A_1B_1C_1 \sim \triangle A_2B_2C_2$, то $\angle A_1 = \angle A_2$, $\angle B_1 = \angle B_2$, $\angle C_1 = \angle C_2$. Значит, $\angle A = \angle A_2$, $\angle B = \angle B_2$, $\angle C = \angle C_2$. Следовательно, $\triangle ABC \sim \triangle A_2B_2C_2$.

ևեթ ամբող շրջանը հանձնված են:

14) Հաստատել, որ եռանկյան և նրան գրված շրջանի կենտրոն միջև հեռավորությունը հավասար է

Դիցուք A կետը a ուղիղ գրած շոշափողի կետն է, որը AH-ը գրված կենտրոնից ուղղահայաց է, իսկ AE-ն՝ բեկյալ: E-ն ընտրված




կամայական կետ, որը գտնվում է AH-ից: AE հատվածը կազմում է A ուղղի կենտրոնի a ուղղին գտնված բեկյալ

15) Հաստատել, որ կենտրոնի ուղղին գտնված ուղղահայացը փոքր է այդ կենտրոնի ևսյալ ուղղին գտնված բեկյալից:

AHE եռանկյունում անկյունները տարբեր են, ընդ որում AE ևեթ գտնվում է AH կողմի

⇒ Այդ կենտրոնի ուղղին գտնված ուղղահայացը փոքր է ևսյալ բեկյալից:

16) Երբ է շոշափող կենտրոնի հեռավորությունը ուղղից:

Կենտրոնի ուղղին գտնված ուղղահայացը շոշափող է այդ կետում և ուղղի երբ հեռավորությունը:

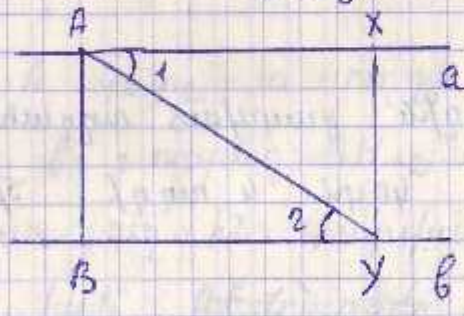
Ելնենք, որ կենտրոնի և ուղղի երբ հեռավորությունը, հավասար է այդ կենտրոնի շառավղի ուղղի կետում տարված հեռավորությանը:

17) Հաստատել, որ երկու ընդհանուր ևեթերից յուրաքանչյուրի միջոցի կենտրոնը համապատասխանում է նրա ուղղից:

Լուծում: Երկու ընդհանուր ևեթերից յուրաքանչյուրի միջոցի կենտրոնը հավասարահեռ են նրա ուղղից:

Հաստատենք: Դիցուք a և b ուղիղ ևեթերը ընդհանուր են, իսկ AB-ն՝ նրանց ուղղից

в полуплоскости относительно прямой a, так что полученные углы равны соответственно углам ABA₁ и в полуплоскости, определяемой лучом AB (рис.)




а прямая при секущей X равна прямой b тогда и только тогда, когда соответственные углы, образованные при пересечении этих прямых секущей, равны.

Доказательство. Пусть прямые a и b равны, т.е. AB = XY. Докажем, что углы ABY и AXY равны. Для этого совместим полуплоскости так, чтобы точки A и X совпали, а лучи XY и AB совместились. Поскольку AB = XY, то точка B совпадет с точкой Y. Следовательно, стороны угла ABY совместятся со сторонами угла AXY, т.е. эти углы равны.

Пусть теперь равны соответственные углы ABY и AXY. Совместим полуплоскости так, чтобы точки A и X совпали, а лучи XY и AB совместились. Поскольку $\angle ABY = \angle AXY$, то луч BY совместится с лучом XY. Следовательно, прямые a и b совместятся, т.е. они равны.

18) Луч k называется биссектрисой угла, если он проходит через вершину угла и делит угол на два равных угла.

Для каждого угла существует единственная биссектриса.

Доказательство. Пусть $\angle AOB$ — данный угол. Рассмотрим на его сторонах OA и OB точки A и B, такие что $OA = OB$. Пусть M — середина отрезка AB. Тогда $\triangle AOM = \triangle BOM$ по трем сторонам. Следовательно, $\angle AOM = \angle BOM$, т.е. луч OM — биссектриса угла AOB.

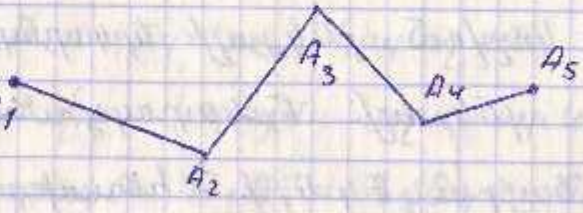
Докажем теперь, что биссектриса угла единственна. Пусть OM — биссектриса угла AOB, а ON — произвольный луч, отличный от OM, проходящий между сторонами угла AOB. Пусть, для определенности, точка N лежит внутри $\angle AOM$. Тогда $\angle AON < \angle AOM = \angle BOM < \angle AOB$, т.е. ON не является биссектрисой угла AOB.

19) Докажем, что сумма углов n-угольника равна $(n-2)\cdot 180^\circ$.

Докажем, что сумма углов выпуклого пятиугольника равна $3 \cdot 180^\circ$.

Пусть $A_1A_2A_3A_4A_5$ произвольный пятиугольник. Проведем диагонали $A_1A_3$ и $A_1A_4$, они разобьют пятиугольник на три треугольника. Сумма углов пятиугольника равна сумме углов этих треугольников.

Докажем, что $A_1A_4$ и $A_1A_3$ действительно являются диагоналями, т.е. что они лежат внутри пятиугольника.




$A_1A_2$, $A_2A_3$, $A_3A_4$, $A_4A_5$ являются

$A_1A_2A_3A_4A_5$ բեկյալի գագաթները, $A_1$-ը, $A_2$-ը $A_3$-ը, $A_4$-ը, $A_5$-ը՝ գագաթներ, իսկ $A_1$-ը և $A_5$-ը՝ ծայրակետեր:

20) Որ բեկյալն է կոչվում փակ բեկյալ: Ապացուցել, որ նրա է կոչված պարզ և միայն՝ ոչ պարզ բեկյալ:

Երբ բեկյալի ծայրակետերը համընկնում են, ապա բեկյալը փակ է:

Երբ բեկյալի գագաթները չեն հատվում, ապա բեկյալը կոչվում է ոչ պարզ բեկյալ (ինքնահատվող):

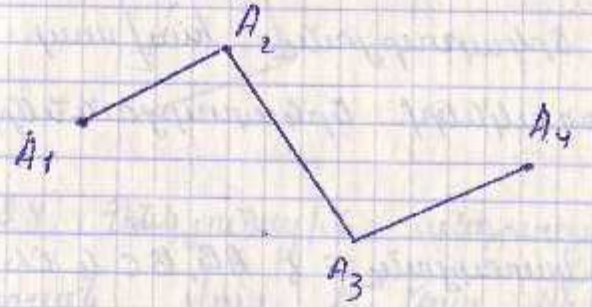
Երբ բեկյալի գագաթները չեն հատվում, ապա բեկյալը համարվում է պարզ:

21) Որն է կոչված բեկյալի երկարությունը: Ապացուցել, որ բեկյալի երկարությունը ճշմարիտ է երեք ծայրակետերի հետևյալ պայմանները:

Բեկյալի բոլոր գագաթների քանակը կոչված է բեկյալի աստիճան:

1° Բեկյալի երկարությունը ճշմարիտ է երեք ծայրակետերի համար:

Ապացույց: Դիտարկենք 3 գագաթ պարունակող $A_1A_2A_3A_4$ բեկյալը: Ապացուցենք որ $A_1A_2A_3A_4$ բեկյալի երկարությունը ճշմարիտ է $A_1$ և $A_4$ ծայրակետերի համար:




$A_1A_2A_3$ կիրառ կա գրեթե մի պղպ, հնարավոր, գոյություն ունի եռանկյան հնարավորությունը՝ $A_1A_3 < A_1A_2 + A_2A_3$ (1):

$A_1A_3A_4$ կիրառ կատղ են գրեթե մի պղպ (որպես ոչ հատվող գագաթներ) հնարավոր՝ $A_1A_3 + A_3A_4 \geq A_1A_4$ (2)

Երբ $A_1A_3$-ը փոխարինենք $A_1A_2 + A_2A_3$-ով

ապա կպարզվի $A_1A_2 + A_2A_3 + A_3A_4 > A_1A_4$

22) Ապացուցել, որ ABC բեկյալի երկարությունը փոքր է ABCD բեկյալի երկարությունից:

Պրպտենք «ABCD բեկյալը». Ապացուցենք, որ ABC բեկյալի երկարությունը փոքր է ABCD բեկյալի երկարությունից.

ABC բեկյալի երկարությունը հավասար է AB և BC օրանկների երկարությունների գումարին:

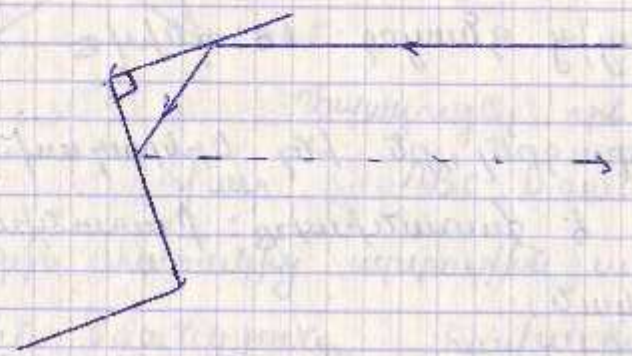
ABCD բեկյալի երկարությունը = է AB, BC և CD օրանկների երկարությունների գումարին:

Բայց $ABC = AB + BC$, $ABCD = AB + BC + CD$, և ակ ապա $AB + BC < AB + BC + CD \Rightarrow ABC < ABCD$:

23) Ձևակերպել, թե ինչ կատարվում ուղի անկյունագծի երկարությունը:

Տարվում անկյունագծի երկարությունը կոչվում է փոքր հատվածը, որը

րանի գծագրվում են այնպես, որ հարևան հատվածները կազմում են 90° ի անկյուն, որոնց գրա ընկնող ծայրագրերի միջև ընկած հատվածների երկարությունների միջին:



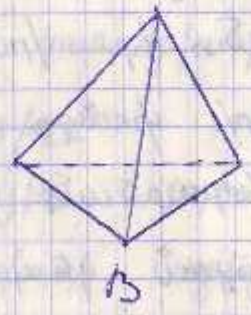
24) Ձևակերպել անկյունագծի որ հատկություն գրա է գրա կիրառությունը գծերի կիրակում: Ինչպես գրել անկյունագծի որ կիրառական օրենքը:

Ձևակերպել անկյունագծը «հար է գծերով» իր գրա ընկնող կետերի հատվածների երկարությունը, և դա արված է այդ կետի հեռավորությունը գրա ընկած գծերից հավասար են միմյանց: Օրենքի անկյու-

Հայտնի անհրաժեշտ է կառուցել եռանկյուն եթե հայտնի են նրա մի կողմը, նրան կից մի անկյունը և «հակադիր երկարությունների» տարբերությունը (տարբերությունը կազմող հանելին և հանելիը)։ Այս օրինակը ևս ուղղանկյուն եռանկյունների հավասարության հայտանիշներից մեկի կիրառման օրինակ է։

85) Ենթադրենք, թե հայտնի են եռանկյան պարագիծը և մակերեսը։ Կառուցել եռանկյունը։

Վերլուծություն։ Դիցուք ABC եռանկյունը պահանջվող եռանկյունն է։ Նրա գագաթները A, B, C, և նրա մակերեսը ծ են։ Նկատենք նախ, որ ABC եռանկյունը կարելի է կառուցել եթե հայտնի են նրա կողմերը։ Իրոք, եթե

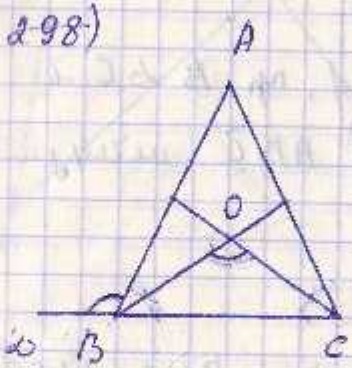



հայտնի են 4 մակերես, ծ կող և 4 բարձր։

Դիտարկում

298

298)




BOD և OC-ն ABC անկյան կիսորդներն են ABC-ի ներքագրյալ շրջանագծի կենտրոնը։

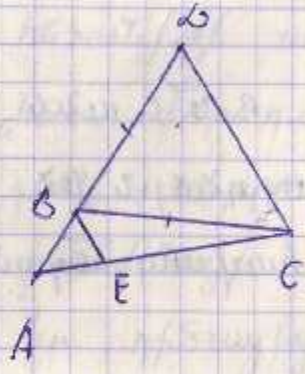
Ապացուցենք, որ $\angle BOC$-ն հավասար է ABC եռանկյան B գագաթին հարակից արտաքին անկյան կեսին։ Քանի որ ABC եռանկյունը հավասարասրուն է, ուստի $\angle ABC = \angle ACB$։ Քանի որ OB-ն ABC և ACB անկյունների, հետևաբար $\angle ABO = \angle OBC = \angle OCB = \angle ACO$։ (1)

$\angle DBA + \angle ABO + \angle OBC = \angle BOC + \angle OBC + \angle OCB$. (2)

$\angle ABO = \angle O$

1 և 2 հավասարություններից հետևում է, որ $\angle DBA = \angle BOC$, այսինքն $\angle BOC$-ն հավասար է ABC եռանկյան B գագաթին հարակից արտաքին անկյան կեսին։

299




$BC = BD$

Докажем, что $\angle BDC$ и $\angle ABC$ являются треугольниками.

Дано: $BC = BD$, и нужно $\angle BDC = \angle DCB$

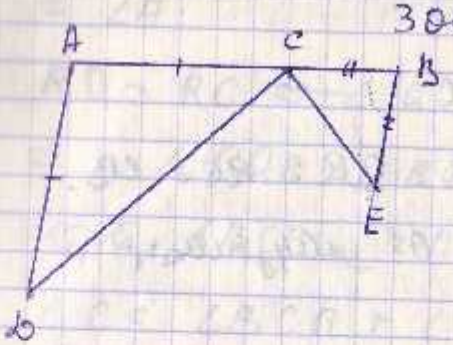
$\angle ABC$ $BDC$ являются треугольниками, $\angle ABC = \angle BDC + \angle DCB$.

$BE$ и $AE$ $\angle ABC$ делят треугольник, получим $\angle ABE = \angle EBC$ и $\angle ABC = \angle ABE + \angle EBC$

$\angle ABC = \angle BDC + \angle DCB$ ($\angle BDC = \angle DCB$) и $\angle ABC = \angle ABE + \angle EBC$ ($\angle ABE = \angle EBC$) $\Rightarrow$

$\Rightarrow \angle BDC + \angle DCB = \angle ABE + \angle EBC$, где $\angle EBC = \angle DCB$; получаем $BE \parallel DC$ ($\angle EBC$ и $\angle DCB$ являются накрест лежащими).

300




$AD \parallel BE$

$AC = AD$

$BC = BE$

Докажем, что $\triangle DCE$ и $\triangle ABC$ являются $\triangle$.

$AD = AC$, $CB = BE \Rightarrow \angle ADC = \angle ACD$ и $\angle BCE = \angle BEC$; $\angle A + \angle B = 180^\circ$ ($AD \parallel BE$).

$\angle A + \angle D + \angle ACD = 180^\circ$

$\angle BCE + \angle BEC + \angle CBE = 180^\circ$

$\angle DAC + \angle ACD + \angle ADC + \angle BCE + \angle BEC + \angle CBE = 360^\circ$

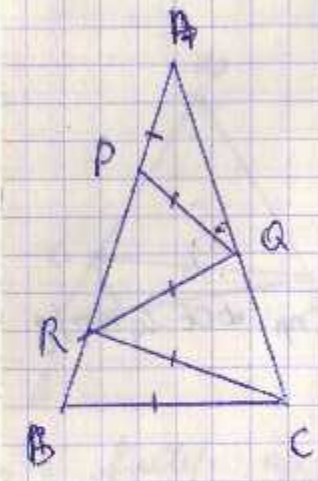
$2\angle ACD + 2\angle BCE + \angle DAC + \angle EBC = 360^\circ$

$2(\angle ACD + \angle BCE) + 180^\circ = 360^\circ$

$\angle ACD + \angle BCE = 90^\circ$

Так $\angle ACD + \angle BCE = 90^\circ$, значит $\angle DCE = 90^\circ$ — прямой треугольник.

301




$AB = AC$

$AP = PQ = QR = RC = CB$.

Найти $A$ наименьшее.

$AP = PQ \Rightarrow \angle A = \angle PQA$; $\Delta APQ = 2\angle A + 180^\circ - 2\hat{A}$; Угол $\Delta APQ$ является внешним для $\Delta$ $180^\circ - 2\angle A$; $\angle QPR$, поэтому $APQ$ является внешним углом $\Delta$ $2A$ $\Delta$: $\angle QPR = \angle QRP = 2\hat{A}$ (углы при $PQ = QR$); Внешний $\angle PQR = 180^\circ - 4\hat{A}$; Из $\Delta AQR$ является внешним для $\Delta$ ~~$180^\circ - 4\alpha$~~ $\angle RQP + \angle PQA$, откуда $\angle AQR = 180^\circ - 4\hat{A} + \angle A = 180^\circ - 3\angle A$; $\angle AQR = 180^\circ - 3\angle A \Rightarrow \angle RQC = 180^\circ - (180^\circ - 3\hat{A}) = 180^\circ - 180^\circ + 3\angle A = 3\angle A$;

Далее $RC = BC$, поэтому $\angle CRB = \angle B$; Найдем $\angle B = \angle C$, Внешний $\angle BCR = \angle A$;

$RQ = RC \Rightarrow$ ~~$\angle$~~ и $\angle RQC = 3\angle A \Rightarrow$

$\Rightarrow \angle RQC = \angle RCQ = 3\angle A$;

Тогда $\angle BCR = \angle A$ и $\angle RCQ = 3\angle A$, тогда $\angle C = \angle BCR + \angle RCQ = 4\angle A$;

$AB = AC \Rightarrow \angle B = \angle C = 4\angle A$;

А $4\angle A + 4\angle A + \angle A = 180^\circ$

$9\angle A = 180^\circ$

$\angle A = 20^\circ$

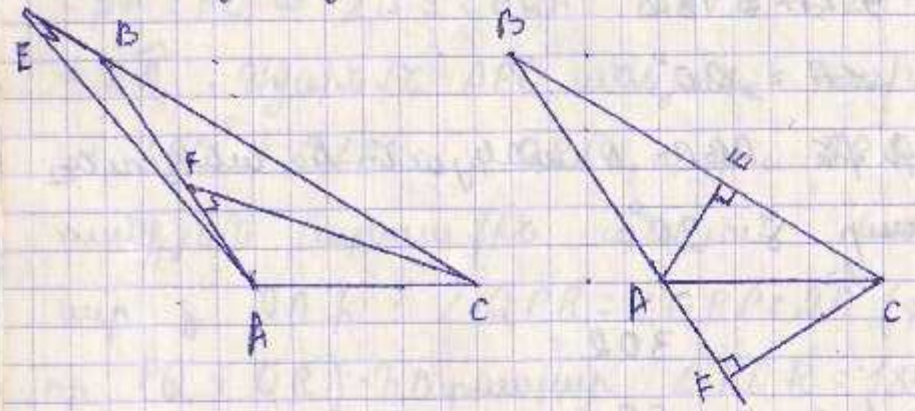
Чтобы $\Delta ABC$ выполнялось $A$ наименьшее $= 20^\circ$.

302

Чтобы $\Delta ABC$ существовал выполнялось: Чтобы, при чем биссектрису внешнего угла при вершине $C$ было $\Delta$, тогда $\angle A$ выполнялось $\Delta$, тогда угол $\Delta$ биссектрисы внешнего угла при вершине $C$ параллельны $\Delta$ чем.

Ունի միայնակ ուղղանկյուն եռանկյուններ հավասարություն.

Թեորեմ՝ Եթե ABC եռանկյան A գագաթից տարված միջնագիծը հավասար է BC կողմի կեսին, ապա եռանկյունը ուղղանկյուն է:





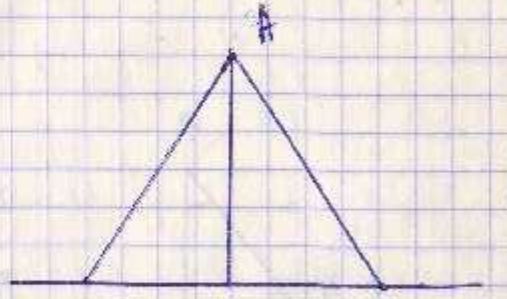


Դրա AE ⊥ EB, որտեղ ABE եռանկյունը ուղղանկյուն է: Ունենք երեք ∠CBA-ն սուր է, սուր ∠EBA-ն սուր: Ունենք պարզ է, որ ABE եռանկյան AEB անկյունը է, սուր է, իսկ EBA-ն սուր: Ունենք պարզ հետևություն 2-ի, և համաձայն AE միջնագծի հատկության է BC կողմի կեսին

Ունի հետևություն, որ ABC եռանկյան միջնագիծը հավասար է AB կողմի կեսին: Ունենք CF ⊥ AB և m. ⇒ ∠CFA-ն ուղիղ է: Ունենք մի անկյուն A անկյունը սուր է: Ունենք որ ACF եռանկյան անկյունների գումարը է, իսկ մյուս ուղիղ: Ունենք երեք հետևություն, և C սուր անկյան միջնագիծը հավասար է AB կողմի կեսին և ABC եռանկյունը ուղղանկյուն է:

303

A կետից a ուղղին տարված է AH ուղղահայացը և $AM_1$, $AM_2$ թեքերը:




ա) Եթե $AM_1 = AM_2$

Ապացուցել, որ $HM_1 = HM_2$

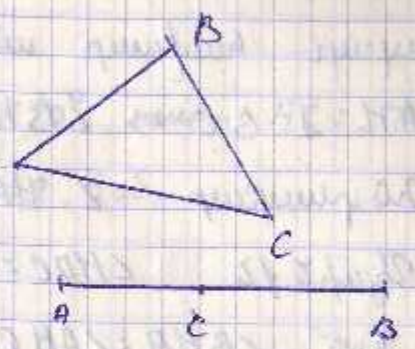
Фиксированная точка $AM_1 = AM_2$ и $AH \perp a$, тогда перпендикуляр $b$, то $AH$ — $AM_1M_2$ биссектриса равнобедренного треугольника $M_1M_2$ образует угол равный $b$: Обратно при биссектрисе равнобедренного треугольника образует угол равный $b$ (и $b$ внутри) тогда $H$ — $M_1M_2$ середина $M_1M_2$ равна $b$: Доказательство: $M_1H = M_2H$.

Н) $AM_1 < AM_2$

Предположим, что $HM_1 < HM_2$

308

$AB = AC + CB$

Предположим, что $A, B$ и $C$ точки одной прямой. 


Что неправильно при $A, B$ и $C$ точки не одной прямой, тогда треугольник $ABC$ образует без одного равенства $AB = AC + CB$ неравенство. Пользуясь при выполнении образует треугольник $ABC$ неравенство: Предположим $A$ без вершины $C$ и $A, B, C$ точки одной прямой:

309

$AH$ — $ABC$ треугольника образует $A$ внешнюю угол равный $b$: Предположим, что $ABC$, $ABH$ и

АНС үшбұрыштарын қарастырамыз.

$AH \perp BC \Rightarrow \angle BHA = \angle CHA = \angle BAC = 90^\circ$

Үшбұрыштар $\angle HAC + \angle ACH = \angle ACH + \angle ABH$

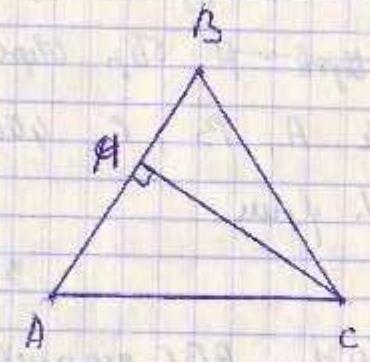
Шығады $\angle HAC = \angle ABH$

Ұрық $\angle BHA = \angle AHC$, $\angle ABH = \angle HAC$, шығады $\angle BAH = \angle HCA$

$\angle BHA = \angle AHC$, $\angle ABH = \angle HAC$, $\angle BAH = \angle HCA$

$\Rightarrow$ ABC, ABH және AHC үшбұрыштарға қарағанда қабылдаған қасиеттер қасиеттері.

310




ABC қабырғасының бір биіктігі берілген: $AC = 37$ см.

В бұрышының шамасы: $60^\circ$

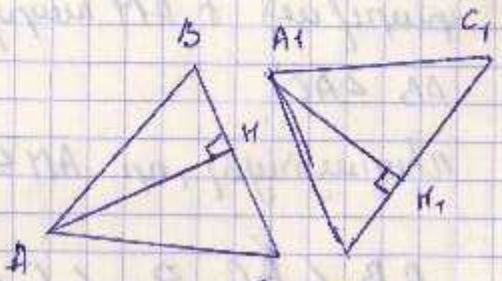
Бұрышы С бұрыш болып табылады AB қабырғасы:

$\angle B = 60^\circ$ В бұрышының шамасы $60^\circ$ болса, шығады $\angle A = \angle C = 30^\circ$.

СН - с AB қабырғасына түсірілген биіктігі болғандықтан $\angle AHC = 90^\circ$;

Ұрық $\angle HAC = 30^\circ$, $\angle AHC = 90^\circ$, ~~шығады~~ $AC = 37$ см, шығады $HC = \frac{1}{2} AC = 18,5$ см.

312




$\triangle ABC = \triangle A_1B_1C_1$

Шығады, яғни $AH = A_1H_1$

AH және $A_1H_1$ - ABC және $A_1B_1C_1$ үшбұрыштарға қабылдаған биіктіктер A және $A_1$ бұрыштарын BC және $B_1C_1$ қабырғаларына түсірілген биіктіктер болып табылады. Шығады $\angle BHB = \angle A_1H_1C_1 = 90^\circ$

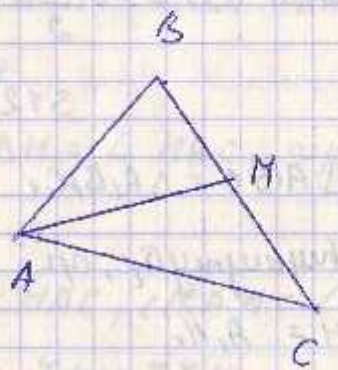
Яғни шығады $\triangle ABC = \triangle A_1B_1C_1$ яғни $AB = A_1B_1$ және $\angle B = \angle B_1$.

$AB = A_1B_1$, $\angle B = \angle B_1$ $\Rightarrow$ $\triangle ABH = \triangle A_1B_1H_1$ (екі қабырғасы және олардың арасындағы):

Үшбұрыштар ABC және $A_1B_1C_1$ қабырғаларына қабылдаған $A_1$ және $A_1$ бұрыштарына BC және

$B_1C_1$ — наибольшая сторона $\triangle A_1B_1C_1$ (AH и $AH_1$ — биссектрисы углов A и $A_1$ соответственно).

313.




ABC — остроугольный

сторона — AM высота

$AB < AC$.

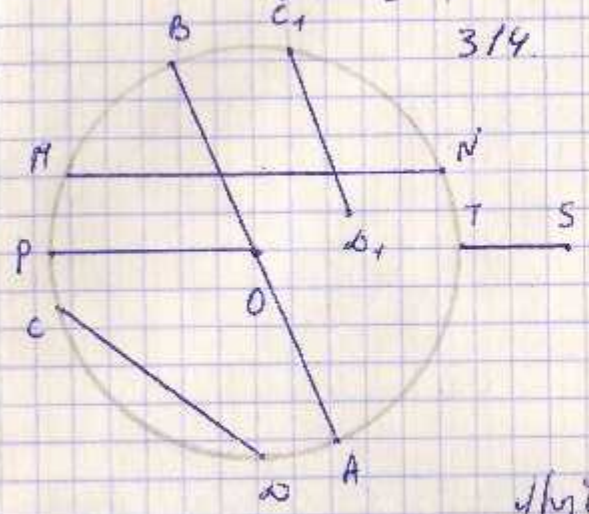
Доказать, что $AM < AC$

$AB < AC \Rightarrow \angle C < \angle AMC$ (в $\triangle$ против бо́льшей стороны — бо́льший угол).

Противоположный $AM < AC$ (в $\triangle$ против бо́льшего угла — бо́льшая сторона).

Практическая работа.

314.

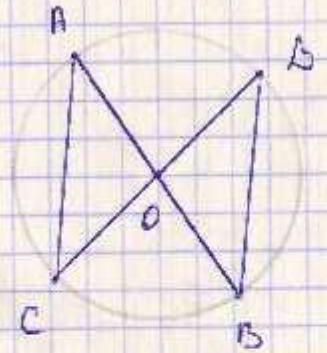



Дано: $MN$ – с, $CD$ – секущая прямых $a$ и $b$, $BA$ – диаметр окружности $a$, $BO$ – радиус $a$ и $AO$ – радиус окружности $b$.

Решение:

315

$AB$ – диаметр окружности $a$; $CD$ – диаметр окружности $b$.




а) Докажите, что $BD$ и $AC$ равны.

Решение.

Если при пересечении двух окружностей их диаметры $AB$ и $CD$ являются хордами обеих окружностей, причем $AO = OB$, $CO = OD$; $\angle AOC$ и $\angle DOB$ вертикальные, то $\angle AOC = \angle DOB$;

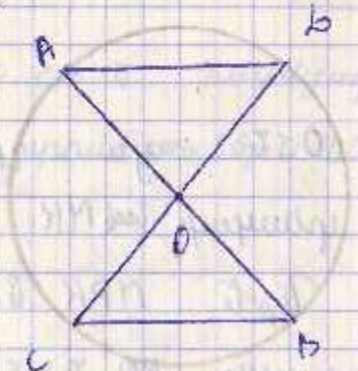
$AO = OB$, $CO = OD$, $\angle AOC = \angle DOB \Rightarrow \triangle AOC = \triangle DOB$ (по первому признаку равенства треугольников): треугольники $AOC$ и $BOD$ равны: $AC = BD$.

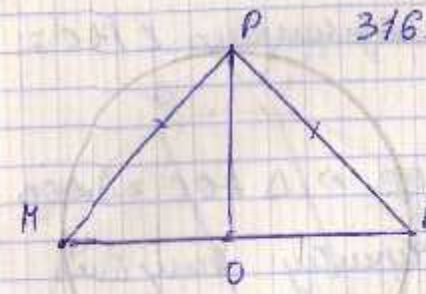
б) Докажите, что $AC \parallel BD$.

Треугольники равны, $AO = OB$, $CO = OD$; $\angle AOD = \angle COB$.

Треугольники $AOD$ и $BOC$ равнобедренные: Точки пересечения $AB$ и $CD$ являются вершинами равных углов: $\angle BAD = \angle BCD$.

Если при пересечении двух прямых $AB$ и $CD$ третьей прямой $AC$ накрест лежащие углы равны, то $AB \parallel CD$.



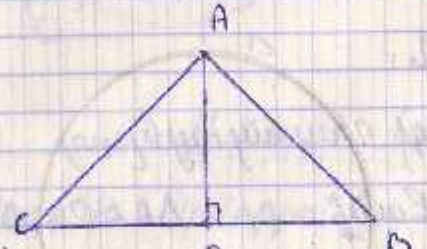



316

MK-ը O կետով հատվածի միջնուղղահայացն է: MP-ն և PK-ն ունեն հավասար երկարություններ: Ապացուցել, որ $\angle POM = \angle POK$:

O-ն ունի հատվածի միջնուղղահայացից հավասարահեռ լինելու MK հատվածի ծայրերից: Եռանկյուններ MPK հավասարասրուն է, ուստի PO-ն MK հիմքին O միջնագիծը հանդիսանում է, ուստի բարձրություն (և կիսորդ): Այսպես $PO \perp MK$, ուստի $\angle MOP = 90^\circ$:

317

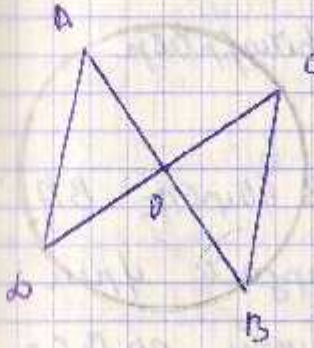



$\angle AOB = 90^\circ$

BC հատվածի C միջնուղղահայացն է: Ապացուցել, որ AB և AC հավասար հատվածներ են:

$\angle AOB$-ն $90^\circ$ է $\Rightarrow$ AOC և AOB եռանկյունները ուղղանկյուն են: $CO = OB$, AO-ն ընդհանուր է, հետևաբար $\triangle AOC = \triangle AOB$ (ըստ երկու էջերի և նրանց կազմած անկյան հավասարության): AC և AB հատվածները հավասար են:

318

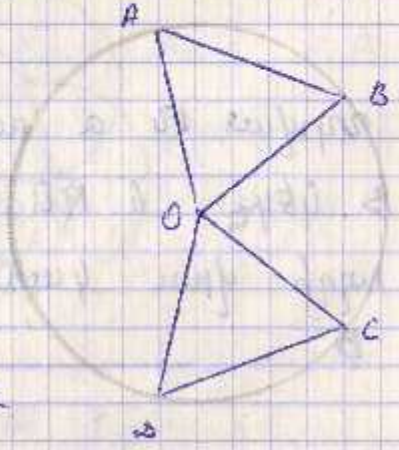



AB-ն և CD-ն հատվածները միջնուղղահայացն են: $CB = 13$ սմ, $AB = 16$ սմ

Գտնել $\triangle AOD$ եռանկյան պարագիծը:

$AO = \frac{1}{2} AB$, $\triangle AOD = \triangle COB$ (ըստ 2 կողմի և նրանց կազմած անկյան): $CB = AD = 13$ սմ, $AO = OD = 8$ սմ: $P_{\triangle AOD} = AO + OD + AD = 29$ սմ:

319




$AB = CD$.

Ապացուցել, որ $\angle AOB = \angle COD$:

AO-ն, BO-ն, CO-ն և OD-ն

чтобы построить биссектрису данного угла, нужно: ∠ AO = OD, CO = OB, AB — искомый отрезок ⇒ Δ ABO = Δ COD (по 3 сторонам). Поэтому ∠AOB = ∠COD

320.

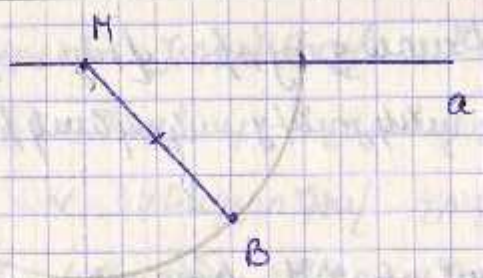
Чертим произвольный треугольник

321

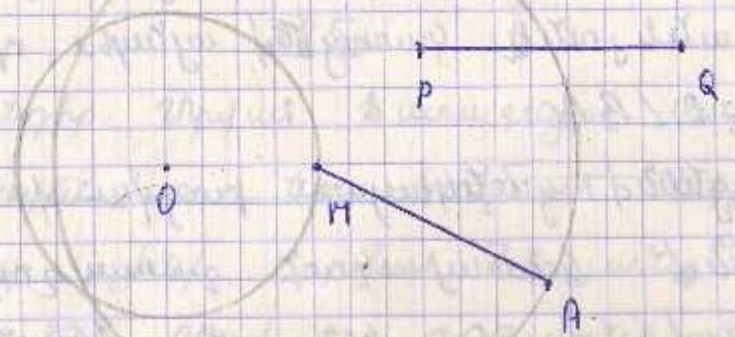
Пусть дан отрезок AB и биссектриса угла BC называется отрезок луча, т. BC = 2AB

322

Отрезок a меньше, чем отрезок b и PQ данный. M обр a меньше чем отрезок луча, BM = PQ:

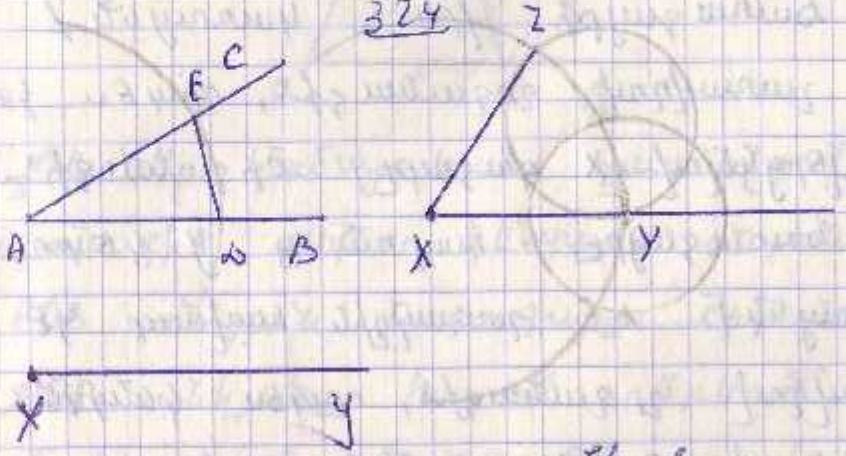



323




M обладает отрезком равным данному отрезку PQ данного:

324



Խնդիր: Տրված եռանկյուն չափով որևէ տրված անկյունից կրկնակի մեծ անկյուն:

Լուծում: Տրված է XY ճառագայթը, և CAB անկյունը: XY ճառագայթով չափով YXZ անկյուն: Կանխենք այնպես, որ $\angle YXZ = 2\angle BAC$:

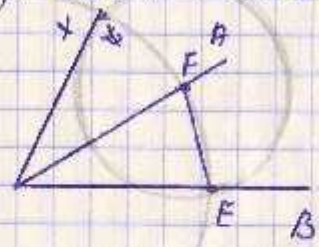
Գծենք ցանկացած շրջանագիծ տրված շրջանագծից, որպես կենտրոն վերցնենք A գագաթը ACB անկյան գագաթը: Շրջանագծից B և E կետերով: Տանենք XY ճառագայթով չափով կանխենք $\angle$ A ճ տանող շրջանագիծ, որպեսզի կենտրոնը X գագաթը: Շրջանագիծը XY ճառագայթը հատի ճ Y կետով: Կանխենք ճE տանող հատված YE տանող շրջանագիծ, որպես կենտրոն E կետը: Նկատենք, որ

կետը հերթով E կետը, կանխենք YE հատված տանող շրջանագիծ, որ X կենտրոնով շրջանագիծը հատի Z կետով: Պարզենք $\angle ZXY = 2\angle AOB$: (նկ. 1):

## 325

Խնդիր: Տրված ճառագայթը կանխենք այնպես, որ նրա վրա տրված հատված տանող:

Լուծում: Տրված է AOB անկյունը, և OX ճառագայթը: Գծենք այնպես կանխենք $\angle AOX = \angle AOB$:



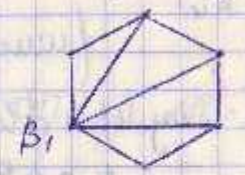

Նկատենք, կանխենք տանող շրջանագիծ շրջանագծից, որպես կենտրոն հերթով AOB անկյան O գագաթը: Շրջանագիծը AOB անկյունը հատի ճ երկու՝ E և F կետերով: Նկատենք FE տանող շրջանագիծ

программа, при ее выполнении оператор F будет: если O выполняется программа начнет с X нулю: EOF завершает начатый FOX цикл OX вывод результата начнет с X нуля:

Урок 8

Многоугольники

Выпуклый многоугольник




Правильный выпуклый многоугольник

Теорема: Сумма углов выпуклого n-угольника равна $(n-2) \cdot 180^\circ$

7 - гор. фигура

5 угл.

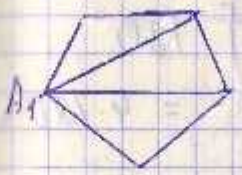
$\angle A_1A_2A_3 + \angle A_2A_3A_4 + \ldots +$

$(n-2) \cdot 180^\circ =$

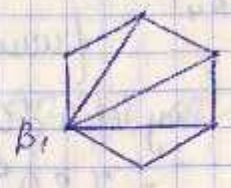
$3 \cdot 180^\circ = 540^\circ$

Урок 1

Пятиугольник выпуклый




Пятиугольник выпуклый

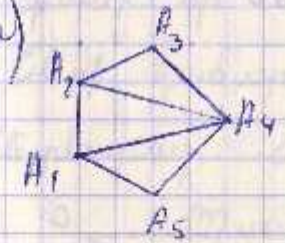



Пятиугольник невыпуклый, лежит по одну сторону от прямой, проходящей через 3 вершины

Пятиугольник невыпуклый, лежит по одну сторону от прямой, проходящей через 4 вершины:

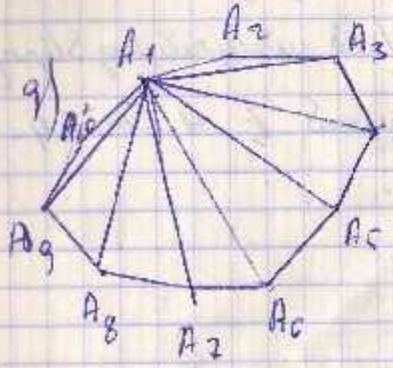
Урок 2

ш)




$A_1A_2A_3A_4A_5$ — выпуклый. Тогда $\angle A_1A_2A_3 + \angle A_2A_3A_4 + \ldots + \angle A_5A_1A_2 = (n-2)\cdot 180^\circ = (5-2)\cdot 180^\circ = 540^\circ$

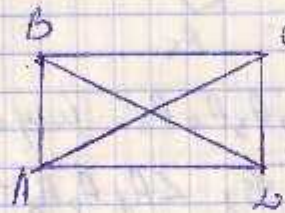
а) $A_1A_2 \ldots A_6$ ромбының ішкі бұрыштарының қосындысы $(n-2)\cdot 180^\circ$, яғни $(6-2)\,180^\circ = 4\cdot 180 = 720^\circ$




ә) $A_1A_2 \ldots A_{10}$ көпбұрышының ішкі бұрыштарының қосындысы $(n-2)\,180^\circ = (10-2)\,180^\circ = 8\cdot 180^\circ = 1440^\circ$

Тапсырма 3

$\angle A = \angle B = \angle C = \angle D$




Дұрыс көпбұрыш дегеніміз барлық қабырғалары мен бұрыштары өзара тең көпбұрыш.

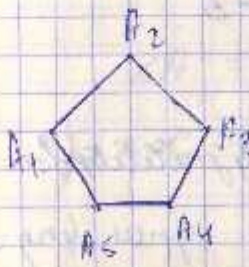
2) $\angle A + \angle B + \angle C + \angle D = (n-2)\cdot 180^\circ = (4-2)\cdot 180^\circ = 2\cdot 180^\circ = 360^\circ$

$\angle A = \angle B = \angle C = \angle D = \frac{\angle A + \angle B + \angle C + \angle D}{4} = \frac{360^\circ}{4} = 90^\circ$

Тиімді: $\angle A = \angle B = \angle C = \angle D = 90^\circ$

Тапсырма 4.

$\angle A_1 = \angle A_2 \ldots = \angle A_5$




Дұрыс бесбұрыштың ішкі бұрыштарының қосындысы:

Бесбұрыштың ішкі бұрыштарының қосындысы $540^\circ$ ға, ал $\angle A_1 = \angle A_2 \ldots = \angle A_5$ болғандықтан $\angle A_1 = \angle A_2 \ldots = \angle A_5 = \frac{540}{5} = 108^\circ$

Тиімді: $\angle A_1 = \angle A_1 \ldots = \angle A_5 = 108^\circ$.

Тапсырма 5

Ромб 5. ішкі үшбұрыштарының қосындысы $540^\circ$ ға.

Ромбы қай 5 пікір ромбыға жатады

Тиімді, әр бір бұрыштарының қосындысы $(n-2)\cdot 180^\circ$

ифрмнйнцу фпурцибх, шцуш ~~хнцуб. шйбу дпи~~

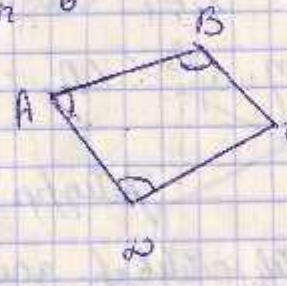
$$\left(\frac{\text{хнцуб. шйбуптйбвфх дрйбнцу}}{180^\circ}\right)+2=n$$

Гнцфгйб дй бфй хнцуб. шйбуптйбвфх дпи-
бнцх $540^\circ$ б, шцуш

$$n=\frac{540^\circ}{180^\circ}+2=3+2=5$$

Фшйф $n=z$ фр рнцубшйбуцй шйбуптйбвфх
фшйнцх рфшцфйш ьшцфнцх ъ фрнш бнц-
бвфх фшйнцубх, ьйфйдцнцфнцх 5-шйбуцй
рнцубшйбуцйц шйфр б бнцбх:

Гйвффр 6




$\angle A=\angle B=\angle D$

$\angle C=\angle A-40^\circ, \angle B-40^\circ,$

$\angle D=40^\circ$

Фрйбцу пнцуфй фшйшйбуцй шйбуптйбв-
рс:

Фнгйб

1) $\angle A+\angle B+\angle D+\angle C=360^\circ$ (пнцуфй фшйш. шйбу-
птйбвфх дрйбнцу 360°
~~3 $\angle A$~~ $\angle A+\angle A+\angle A+\angle A-40^\circ=360^\circ$ ~~:6~~

$4\angle A=360^\circ+40^\circ$

$4\angle A=400^\circ$

$\angle A=\frac{400}{4}$

$\angle A=100^\circ=\angle B=\angle D$

2) $\angle C=\angle A-40^\circ=100^\circ-40^\circ=60^\circ$

Тшцф: $\angle A=\angle B=\angle D=100^\circ; \angle C=60^\circ$.

Гйвффр 7

$\angle A=\angle B+10^\circ$

$\angle B=\angle C+20^\circ$

$\angle C=\angle D+30^\circ$

Фрйбцу ABCD пнцу-
уфй фшйшйбуцйц шйбу-
птйбвфс:

$\angle A+\angle B+\angle C+\angle D=360^\circ$

$\angle D+\angle D+30^\circ+\angle D+30^\circ+$
$+20^\circ+\angle D+30^\circ+20^\circ+10^\circ=$
$=360^\circ$

$4\angle D+140^\circ=360^\circ$

$4\angle D=360^\circ-140^\circ$

$4\angle D=220^\circ$

$\angle D=\frac{220^\circ}{4}$

$\angle D=55^\circ$

$\angle C = \angle D + 30 = 55 + 30 = 85^\circ$

$\angle B = \angle C + 20^\circ = 85^\circ + 20^\circ = 105^\circ$

$\angle A = \angle B + 10^\circ = 105 + 10 = 115^\circ$

Дар:

$\angle A + \angle B + \angle C + \angle D = 360^\circ$

$115^\circ + 105^\circ + 85^\circ + 55^\circ = 300^\circ$

Задача 7

~~$\angle ABC =$~~

$\angle ABC = 10^\circ + \angle DAB$

$\angle BCD = \angle DAB + 20^\circ$

$\angle CDA = \angle DAB + 30^\circ$

Фигурын ABCD периметрийг дараахь хэлбэрээр

1) $\angle DAB + \angle ABC + \angle BCD + \angle CDA = 360^\circ$

~~$\angle DAB + \angle DAB - 10 +$~~

~~$+ \angle$~~

$\angle DAB + \angle DAB + 10 +$

$+ \angle DAB + 20 + \angle DAB + 30 = 360^\circ$

$4\angle DAB + 60 = 360^\circ$

$4\angle DAB = 360^\circ - 60^\circ$

$4\angle DAB = 300$

$\angle DAB = \frac{300}{4}$

$\angle DAB = 75^\circ$

2) $\angle ABC = \angle DAB + 10^\circ = 75^\circ + 10^\circ = 85^\circ$

3) $\angle BCD = \angle DAB + 20^\circ = 75^\circ + 20^\circ = 95^\circ$

4) $\angle CDA = \angle DAB + 30^\circ = 75^\circ + 30^\circ = 105^\circ$

Тэмцүүр: $\angle DAB = 75^\circ$, $\angle ABC = 85^\circ$,

$\angle BCD = 95^\circ$, $\angle CDA = 105^\circ$

Задача 8

Параллелограммын дараалсан өнцгүүдийн харьцаа нь 1, 2, 4, 5 байвал:

Фигурын дүр зургийг дараахь

x - параллелограммын дараалсан өнцгүүдийн

1) $x + 2x + 4x + 5x = 360^\circ$

$12x = 360^\circ$

$x = \frac{360^\circ}{12}$

$x = 30^\circ$

2) $2x = 2 \cdot 30 = 60^\circ$

3) $4x = 4 \cdot 30 = 120^\circ$

4) $5x = 5 \cdot 30 = 150^\circ$

Жауабы: –

Есептеу 9.

$2x, 3x, 4x, 6x, 12x$ – центрлік бұрыштардың өлшемдері

$540^\circ$ – центрлік бұрыштардың қосындысы

1) $2x + 3x + 4x + 6x + 12x = 540^\circ$

$27x = 540^\circ$

$x = \frac{540}{27}$

$x = 20^\circ$

2) $2x = 2 \cdot 20 = 40^\circ$

3) $3x = 3 \cdot 20 = 60^\circ$

4) $4x = 4 \cdot 20 = 80^\circ$

5) $6x = 6 \cdot 20 = 120^\circ$

6) $12x = 12 \cdot 20 = 240^\circ$

Жауабы: –

Есептеу 10

$\alpha = 90^\circ$ – дұрыс көпбұрыштың ішкі бұрышының шамасы

$n$ – дұрыс көпбұрыштың қабырғалар саны

$\alpha = (n-2)180^\circ$ – дұрыс $n$-бұрышты ішкі бұрыштарының қосындысы

Шешуі

$90^\circ n = (n-2)180^\circ$

$90^\circ n = 180^\circ n - 360^\circ$

$90^\circ n - 180^\circ n = 360^\circ$

$90^\circ n = 360^\circ$

$n = \frac{360^\circ}{90^\circ}$

$n = 4$

Ж) $60^\circ$ – $\frac{\text{центрлік}}{n}$ бұрышқа ие, дұрыс бұрышты бұрыштың

бөлінгендігі

$(n-2) \cdot 180^\circ$ – $n$-бұрышты дұрыс бұрыштардың қосындысы

$n$ – $n$-бұрышты дұрыс бұрыштың саны

$60°n = (n-2)\cdot 180°$

$60°n = 180°n - 360°$

$180°n - 60°n = 360°$

$120°n = 360°$

$n = \frac{360°}{120°}$

$n = 3$

Жауабы: $n = 3$.

ә) $120°$ – дұрыс $n$-бұрышқа іштей сызылған шеңбердің доғасы

$(n-2)\cdot 180°$ → $120n$ доғасы

$n$ – дұрыс $n$-бұрышқа іштей сызылған шеңбердің ұзындығы

$120°n = (n-2)\cdot 180°$

$120°n = 180°n - 360°$

$120°n - 120°n = 360°$

$60°n = 360°$

$n = \frac{360°}{60°}$

$n = 6$ Жауабы: 6

б) $(n-2)\cdot 180°$ – дұрыс $n$-бұрышқа іштей сызылған шеңбердің доғасы

$108°$ – дұрыс $n$-бұрышқа іштей сызылған шеңбердің доғасы

$n$ – дұрыс $n$-бұрышқа іштей сызылған шеңбердің ұзындығы

$108°n$ – дұрыс $n$-бұрышқа іштей сызылған шеңбердің доғасы және дұрыс $n$-бұрыштың ұзындығы шамалас:

$108°n = (n-2)\cdot 180°$

$108°n = 180°n - 360°$

$180°n - 108°n = 360°$

$72°n = 360°$

$n = \frac{360°}{72°}$

$n = 5$

Жауабы: $n = 5$.

Нитхрр 11

$P_{фигуры} = 80$ см

$|AB|$ - I чер

$|BC|$ - II чер $= |AB| - 3$ см

$|CD|$ - III чер $= |AB| - 4$ см

$|DA|$ - IV чер $= |AB| - 5$ см

---

$|AB|, |BC|, |CD|, |DF|$ чер-ы - ?

Для 3 чел

1) $|AB| + |AB| - 3 + |AB| - 4 + |AB| - 5 = 80$ см

$4|AB| - 12 = 80$

$4|AB| = 80 + 12$

$4|AB| = 92$

$|AB| = \frac{92}{4}$

$|AB| = 23$ см

2) $BC = |AB| + 3 = 23 + 3 = 20$ см

3) $|CD| = |AB| + 4 = 23 + 4 = 19$ см

4) $|DA| = |AB| + 5 = 23 - 5 = 18$ см

Ответ: $|AB| = 23$ см; $|BC| = 20$ см

$|CD| = 19$ см; $|DA| = 18$ см.

2) Тре-к описывает четырехугольник ABCD так, чтобы его вершины лежали на сторонах четырехугольника, чьи углы описываемого четырехугольника равны (Задача имеет бесконечное количество решений):

2) Четырехугольник описывает окружность, если сумма его противоположных углов равна $180°$:

3) Тре-к ABC описывает около четырехугольника, если сумма противоположных углов четырехугольника равна $180°$, чьи углы описываемого четырехугольника равны:

Задача 12

$P_{ABCD} = 66$ см

$|AB| = |BC| + 8$ см

$|CD| = |AB| + 8$

$|DA| = 3|BC|$

Найти $ABCD$ четырехугольника

2) $|AB| = |BC| + 8 =$
$= 7 + 8 = 15$ см

3) $|CD| = |AB| + 8 =$
$= 15 + 8 = 23$ см

4) $|DA| = 3|BC| =$
$= 3 \cdot 7 = 21$ см

Ответ: $|AB| = 15$ см; $|BC| = 7$ см; $|CD| = 23$ см; $|DA| = 21$ см.

Дано

1) $|AB| + |BC| + |CD| + |DA| = 66$ см

$|BC| + 8 + |BC| + |BC| + 16 + 3|BC| = 66$ см

$6|BC| + 24 = 66$

$6|BC| = 66 - 24$

$6|BC| = 42$

$|BC| = \frac{42}{6}$

$|BC| = 7$ см

Задача 13

$\angle A = \angle B = \angle C$

$\angle D = 135^\circ$

Найти $ABCD$ четырехугольника

Дано

$\angle A + \angle B + \angle C + \angle D = 360^\circ$

$3\angle A + 135^\circ = 360^\circ$

$3\angle A = 360 - 135$

$3\angle A = 225$

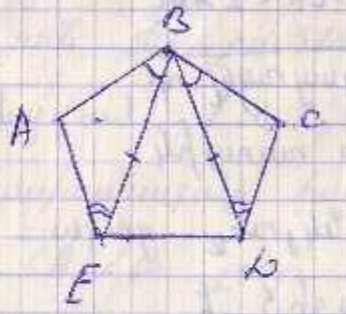
$\angle A = \frac{225}{3}$

$\angle A = 75^\circ$

$\angle A = \angle B = \angle C = 75^\circ$

Ответ.

Задача 14




$BE = BD$

$\angle ABE = \angle CBD$

$\angle BEA = \angle BDC$

Доказать, что $\triangle ABE$ и $\triangle BDC$ равнобедренные треугольники.

$BE = BD$, $\angle ABE = \angle CBD$, $\angle BEA = \angle BDC \Rightarrow$
$\Rightarrow \triangle ABE = \triangle CBD$ (ըստ կողմի և երկու անկյունների հավասարության).

$\triangle ABE = \triangle CBD \Rightarrow AB = CB$, $AE = CD$:

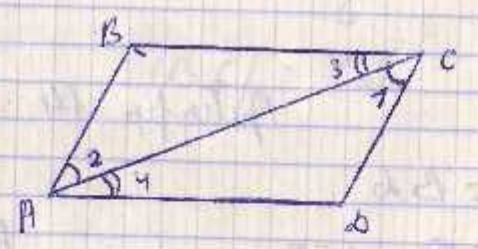
Ունենք որ $BE = BC$, $AB = CB$, $AE = CD$ ($E$ և $D$ կետերը հավասարաչափ հեռու են $B$ կետից), հետևաբար $ABDE$ և $BEDC$ հավասարագրեր են:

## Խնդիր 15

եթե $\angle BAC = \angle ACD$

$\angle BCA = \angle DAC$

ապա ցույց տալ, որ $ABCD$ զուգահեռագիծ է:




(Լուծում որ $\angle 1 = \angle 2$, ապա $AB \parallel CD$)

Ենթադրենք, որ հակադիր $\angle BAC = \angle ACD$, ապա $AB \parallel CD$:

$\angle BAC = \angle ACD$ և $\angle BCA = \angle DAC \Rightarrow$

$\triangle ABC = \triangle ADC$ (ըստ կողմի և երկու հարակից անկյունների): Հետևաբար, $AB = CD$: Այսինքն, որ $AB = CD$, $AB \parallel CD$: Ուրեմն $ABCD$ զուգահեռագիծ է, որովհետև հանդիպադիր կողմերը զույգ առ զույգ հավասար են: ■ Ինչ և պահանջվում էր:

ա) $AB \parallel CD$, $\angle A = \angle C$

Ապացուցել, որ $ABCD$ զուգահեռագիծ է, եթե նրա հանդիպադիր անկյունները հավասար են:

Ուրեմն $ABCD$ զուգահեռագիծ է նրա $AC$ անկյունագծի համար: Այսինքն, $1$ և $2$, $3$ և $4$ անկյունները հավասարասրունք եռանկյուններ են (~~$\angle A = AB \parallel CD$~~, $\angle A = \angle B$ որպես միակողմանի, որովհետև $AB \parallel CD \Rightarrow \angle 1 = \angle 2$, իսկ $\angle A = \angle C$ և $\angle 1 = \angle 2 \Rightarrow \angle A - \angle 2 = \angle C - \angle 1$, այսինքն $\angle 3 = \angle 4$): Հետևաբար $\triangle ABC = \triangle ADC$: Ուրեմն ~~ուրեմն~~

$\triangle ABC = \triangle A_1B_1C_1 \Rightarrow BC = A_1B_1$ и $AB = C_1B_1 \Rightarrow ABC_1B_1$ параллелограмм (диагональ $B_1C$ делит $ABC_1B_1$ на 2 равных треугольника).

Пример 16

а) $P_{ABC_1B_1} = 48$ см

б) $|AB| = |BC| - 3$

Найти $ABC_1B_1$ параллелограмм

$2(|AB| + |BC|) = 48$ см

$2(|BC| - 3 + |BC|) = 48$ см

~~$2|BC| - 6$~~

$2|BC| - 3 = 24$ см

$|BC| = \frac{24+3}{2}$

$|BC| = \frac{27}{2}$

$|BC| = 13,5$

$|AB| = |BC| - 3 = 13,5 - 3 = 10,5$

Ответ: $|BC| = 13,5$, $|AB| = 10,5$

г) $|AB| = |BC| - 7$

Найти $ABC_1B_1$ параллелограмм

$2(|AB| + |BC|) = 48$

$2(|BC| - 7 + |BC|) = 48$

$2|BC| - 7 = 24$

$2|BC| = 24 + 7$

$2|BC| = 31$

$|BC| = \frac{31}{2}$

$|BC| = 15,5$ см

$|AB| = 2|BC| - 7 = 15,5 - 7 = 8,5$ см

Ответ: $|AB| = 8,5$ см, $|BC| = 15,5$ см.

д) $|BC| = 2|AB|$

Найти $ABC_1B_1$ параллелограмм

1) $2(|AB| + |BC|) = 48$

$2(|AB| + 2|AB|) = 24$

$|AB| + 2|AB| = 24$

$3|AB| = 24$

$|AB| = \frac{24}{3}$

$|AB| = 8$ см

$|AB| = |CD| = 8$ см

2) $|BC| = 2|AB| = 2 \cdot 8 = 16$ см

$|BC| = |AD| = 16$ см

Ответ: $AB = CD = 8$ см

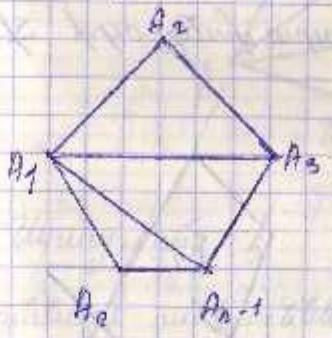
$BC = AD = 16$ см.

Задача 17

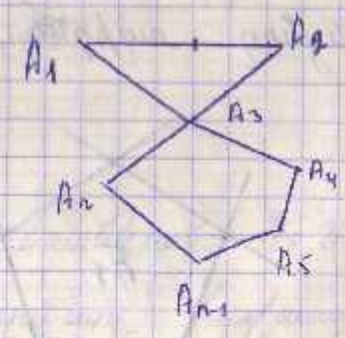
Дано: $n$-угольник

1) Докажите, что он является выпуклым многоугольником. Для этого докажите, что любая диагональ многоугольника лежит внутри него.

Пусть $A_1A_2 \dots A_{n-1}A_n$ — произвольная диагональ $n$-угольника, где $n > 3$. Тогда $A_1$ и $A_2$ — соседние вершины, иначе диагональ $A_1A_2$ не существует. Значит, $A_1A_2$ — сторона $n$-угольника, а значит, $A_1A_2$ лежит внутри $n$-угольника.




выпуклый




не выпуклый

Итак, отрезок $A_1A_2 \dots A_{n-1}A_n$ выпуклый, причем $A_1A_3, A_2A_4 \dots A_{n-2}A_n$ его диагонали. $A_1A_3, A_2A_3 \dots A_{n-2}A_{n-1}$ — стороны выпуклого многоугольника, значит они лежат внутри многоугольника. Выпуклый $n$-угольник не имеет диагоналей

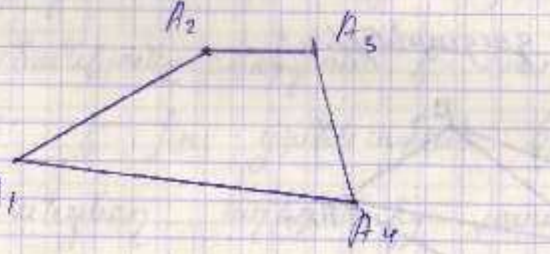
оріжний $A_1A_3$, $A_1A_{n-1}$ є. Жиздиктерді қосу үшін бірінші ұшынан екінші ұшына қарай 5, яғни қисықтық шарттан.

2) Пр қисықтықтарға ие дөңестік қасиеті полигонға қисықтық қисықтық қисықтық қисықтық.

Ж қисықтық қасиеті бұрыш ұшынан дөңестік қасиеті қисықтық қисықтық қисықтық қисықтық

4) Զուգահեռագիծը ունի չորս գագաթ, չորս կողմեր, հանդիպակաց կողմերը, հանդիպակաց անկյունները և անկյունագծեր:

Դիտարկենք հետևյալ օրինակը, որտեղ տրված է 4 անկյուն կոտրված:




Տրված $A_1A_2A_3A_4$ կոտրվածը, որտեղ $A_1$-ը, $A_2$-ը, $A_3$-ը, $A_4$ գագաթները կոչվում են $A_1, A_1$-ին, $A_1A_2$-ին ... $A_4A_1$-ին կից կողմեր: Կոտրվածի ոչ հարևան գագաթները կոչվում են հանդիպակաց, և ոչ էլ կից կողմերը կոչվում են հանդիպակաց: Հանդիպակաց գագաթները կոչվում են հանդիպադիր կողմեր և անկյուններ: Զուգահեռագիծը հետևյալ 4 անկյուն, 4 գագաթ, 4 կողմ, 2 անկյունագիծ: Կոտրվածի անկյունների գումարը $360^\circ$ է $(n=4, (n-2)\cdot 180^\circ = 2\cdot 180^\circ = 360^\circ)$:

5) Եթե է հավասար հատվող կոտրվածի անկյունների գումարը:

Եթե որ հատվող $n$-անկյուն անկյունների գումարը հավասար է $(n-2)\cdot 180^\circ$ հավասարությամբ, հատվ. հատվող կոտրվածի անկյունների գումարը $360^\circ$ է:

6) Հանրանկյուն զուգահեռագիծ: Զուգահեռագիծ կոչվում է հատվող կոտրված, որի հանդիպակաց կողմերը զույգ զույգ զուգահեռ են:

Զուգահեռագիծը հատվող կոտրված է, որի հանդիպակաց կողմերը զույգ զույգ զուգահեռ են:

Նշում: Պարզության համար $\square ABCD$ զուգահեռագիծը

~~սահմանում~~ սահմանում է, որ պրկե կետով ենք երկու հարթում գտնվող ուղղների միմյանց նկատմամբ դիրքերը որոշվում են կողմնակի: Պարզվում է, որ AB ուղղը CD ուղղին զուգահեռ է կոչվում, եթե AB ուղղը CD ուղղին զուգահեռ է կոչվում: Այդ դեպքում AB և BC հատվածների միջնուղղահայացները զուգահեռ են AB ուղղի հետևյալ կողմնակի: Ապացուցենք, ABCD քառանկյունի զուգահեռ է AB ուղղի հետևյալ կողմնակի:

Ապացուցենք, որ քառանկյունի հակադիր կողմերը հավասար են, և հակադիր անկյունները հավասար են:

1°. Քառանկյունի հակադիր կողմերը հավասար են և հակադիր անկյունները հավասար են:

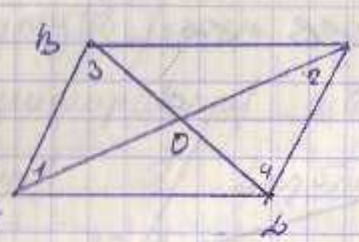
Ապացուցենք: Պրկենք AC ABCD քառանկյունի տեղ գտնվող է B և D անկյունները: Ապացուցենք, որ AB = CD, BC = AD և $\angle A = \angle C$, $\angle B = \angle D$:

$\angle 1 = \angle 2$ և $\angle 3 = \angle 4$ (հարակից հավասար անկյունների) հետևում է, որ BC և AC ուղղերը հատվում են (որ կետ է և երկու անկյունների հարակից անկյունների), այսինքն ABCD քառանկյունի հակադիր կողմերը AB և CD, AB և CD կողմերը զուգահեռ հատվածներ են, և A հակադիր A և C, B և D ($\angle 1 = \angle 2$, $\angle 3 = \angle 4 \Rightarrow \angle 1 + \angle 3 = \angle 2 + \angle 4$ կամ $\angle B = \angle D$) անկյունները հավասար են:

2°. Հակառակը

Ապացուցենք, որ քառանկյունի անկյունագծերը հատվում են կետով:

Ապացուցենք, որ քառանկյունի անկյունագծերը հատվում են կետով:




~~Ֆիգուր՝ AB CD~~

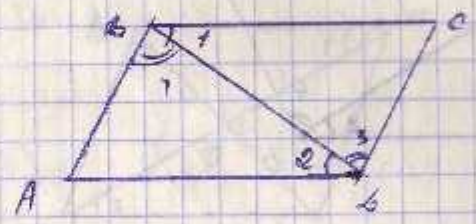
Պրպում ենք AB CD պատկերում BC և BD անհատ դեպքերը նշելով O-ն: Ուղիղ ունենք, որ BD և AC անկյունագծերը հատվում են O կետում հետևյալ դեպքերում՝ AOB և DOC եռանկյունները հավասար են (կամ ~~AB~~ և եռանկյունների երկու կողմերը և նրանց կազմած անկյունները երկու անկյուններ (AB = CD, որովհետև ABCD պատկերում հանդիսանում են հավասարահեռ կողմեր, $\angle 1 = \angle 2$, $\angle 3 = \angle 4$, որովհետև հավասարահեռ անկյուններ): ⇒

⇒ BO = OD և AO = OC:

9) Հետևություն և ուղիղ պատկերի պատկերների հատկությունները:

1°. Երկու զուգահեռ ուղիղները հատում են և պատկերում, ապա այդ ուղիղները պատկերում են:

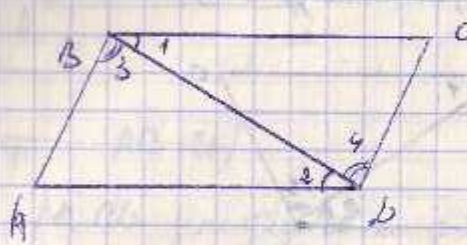
Ուղիղ պատկերում՝ Պրպում ենք AB CD ~~պատկերում~~ զուգահեռ են՝ BC // AD և BC = AD: Ուղիղ պատկերում, որ AB CD հատվում են պատկերում:




Հետևում BD անկյունագիծը՝ ABD և DBC եռանկյունները հավասար են, որովհետև երկու կողմ և նրանց կազմած անկյուններ ($\angle 1 = \angle 2$, որովհետև հավասարահեռ անկյուններ, որովհետև ուղիղ են BC և AD պատկերում BD հատվում է BC = AD ~~և~~ որովհետև, BD և եռանկյունների կողմ է) ⇒ ~~AB = CD~~: Եռանկյունները AB CD և պատկերում ~~են~~ $\angle 3 = \angle 4$, որովհետև են AB // CD: Ուղիղ պատկերում, որ AB CD հատվում են երկու հետևյալ կետերում՝ ուղիղ ու ուղիղ պատկերում են:

2°. Եթե երկու հատվում են հետևյալ ուղիղ

Теорема: Если две стороны и угол между ними одного треугольника соответственно равны двум сторонам и углу между ними другого треугольника, то такие треугольники равны.

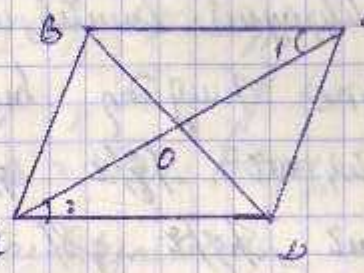



Доказательство: Пусть в $\triangle ABC$ и $\triangle A_1B_1C_1$ $AB = C_1B_1$, $BC = A_1B_1$, $\angle B = \angle B_1$. Докажем, что $\triangle ABC = \triangle A_1B_1C_1$.

Наложим $\triangle ABC$ на $\triangle A_1B_1C_1$ так, чтобы вершина $B$ совместилась с вершиной $B_1$, сторона $BC$ с лучом $B_1C_1$ (это возможно, т.к. $BC = A_1B_1$), сторона $AB$ с лучом $B_1A_1$ (это возможно, т.к. $AB = C_1B_1$). Тогда вершина $A$ совместится с вершиной $A_1$, вершина $C$ с вершиной $C_1$ (это возможно, т.к. $\angle B = \angle B_1$). Значит, $\triangle ABC$ совместится с $\triangle A_1B_1C_1$, а значит они равны.

Теорема доказана.

3°. Если диагонали четырехугольника делятся точкой пересечения пополам, то такой четырехугольник является параллелограммом.



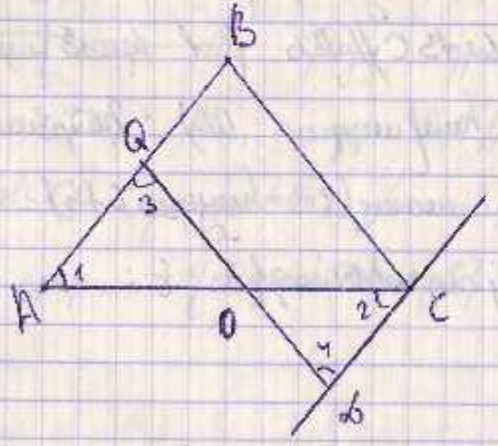

Доказательство: Пусть в $ABCD$ диагонали $BD$ и $AC$ пересекаются в точке $O$ и $BO = OD$, $AO = OC$. Докажем, что $ABCD$ – параллелограмм.

$AO = OC$, $BO = DO \Rightarrow \triangle BOC = \triangle AOD$ (по двум сторонам и углу между ними) $\Rightarrow BC = AD$ и $BC \parallel AD$ ($\angle 1$ и $\angle 2$ накрест лежащие). Четырехугольник с парой противоположных сторон, которые равны и параллельны, является параллелограммом. Теорема доказана.

10. Ցանց է տրված հարթության վրա: Ամեն անկյունագիծ հատվածը ցանցի հանգույցներում է: Ապացուցեք, որ ցանցի հանգույցներում գտնվող ցանկացած եռանկյան մակերեսը ամբողջ թվով քառակուսիների մակերեսների կիսագումարն է:

Լուծում: Նախ ապացուցենք, որ ցանցի հանգույցներում գտնվող ցանկացած եռանկյան մակերեսը կիսագումարն է: Ապացուցենք, որ ցանկացած եռանկյան մակերեսը կիսագումարն է:

Դիտարկենք ABC եռանկյունը, որի AB կողմի Q միջնակետը և AC կողմի O միջնակետը: Ապացուցենք, որ AO = OC:




Տանենք ABC եռանկյան C գագաթով անցնող և AB կողմին զուգահեռ ուղիղ, որը QO ուղիղը հատում է D կետում: Ստացվում է QBCD զուգահեռագիծը (QD // BC, որպես պատկերի, QB // DC): Հետևաբար DC = QB = AQ: Դիտարկենք AQO և DCO եռանկյունները, որոնք կողմի և երկու անկյուններով հավասար են (AQ = DC, ∠1 = ∠2, ∠3 = ∠4, որպես խաչադիր անկյուններ, որոնք առաջանում են DC և AB զուգահեռների հատումից AC հատողով) ⇒ AO = OC:

Այժմ ցանկացած DO հատվածը, որը հանդիսանում է ABC եռանկյան միջնագիծ: QD = BC (որպես զուգահեռագծի հանդիպակաց կողմեր); DO = OD ⇒ ~~DQ = BC~~ ⇒ $DO = \frac{1}{2} QD = \frac{1}{2} BC$.

Այսպիսով, ապացուցված է, որ ABC եռանկյան AO միջնագիծը զուգահեռ է այդ եռանկյան մի կողմին և հավասար

երկու կետ:

Հետևություն, ուղիղները հատվում են միայն մի կետում եթե նրանք զուգահեռ չեն և համընկնող չեն:

11. Հետևություն Ֆալեսի թեորեմից: Հնգանկյան մի կողմին հատվում են միևնույն հատվածներ. Ապացուցել:

Լուծում: Տրված երկու ուղղությունների վրա վերցնենք հավասար թվով, և երանց հաջորդական կետերի միջև հավասար հատվածներ հանենք: Ապացուցենք, որ հանված կետերով հատվում են հավասար հատվածներ:

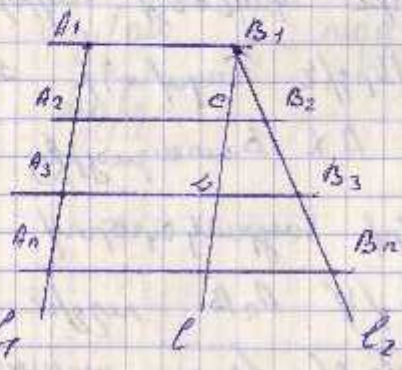
Ապացուցենք: Վերցնենք $l_1$ և $l_2$ ուղիղները եթե $A_1B_1$-ը, $A_2B_2$-ը, $A_3B_3$-ը ... $A_nB_n$-ը երկու ուղղությունների հատվածներ են, որոնք զուգահեռ չեն և հավասար են:

ա) Դեպք $l_1$ և $l_2$ ուղիղները զուգահեռ են:

$l_1 \parallel l_2$, $A_1B_1 \parallel A_2B_2$, ~~$A_2B_2 \parallel A_3B_3$~~ $\Rightarrow$

$\Rightarrow A_1B_1B_2A_2$ զուգահեռագիծ է, և հետևաբար $A_1A_2 = B_1B_2$: Նույն կերպ ապացուցվում է որ $A_1A_3 = B_2B_3$, այսինքն $A_1A_2 = A_2A_3$, այսինքն $B_1B_2 = B_2B_3$:

բ) $l_1$ և $l_2$ ուղիղները զուգահեռ չեն:



$B_1B_n$ отрезок $B_1$ бөлу үшін $A_1A_n$ отрезіне параллель $B_1l$ сәулесінде $B_2B_2$, $B_3B_3$ отрезектерін алып шығатын теңдіктерді қолданамыз $b$ $C$ және $b$ бөлінісі: $B_1C = CD$ (сәулелер шығарылуы) және $CB_2 \parallel bB_3$ $\Rightarrow$ $B_1B_2 = B_2B_3$. Енді бірінші қадамды қайталаймыз және $B_2B_3 = B_3B_n$.

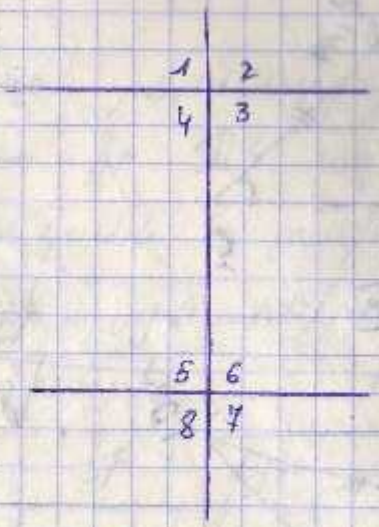
Ескерту: Кесіндіні берілген қатынастағы бөлетін нүктелерді табамыз.

Мысалы $AX$ сәулесін, $AB$ кесіндісінде $7:4$ қатынасындай бөлетін $X$ нүктесін табу керек болсын. Ол үшін $AX$ сәулесінен кез келген $A_n$ бөлігін $AB$ кесіндісіне $n$ рет қойып шығамыз. Сонда $A_{n-6}$ $AX$ сәулесінде $B_n$ нүктесін анықтайды. $B_nB$ түзуіне параллель $A_7$, $A_6$, ... нүктелерінен $AB$ кесіндісін қиятын түзулер жүргізсек, $AB$ кесіндісінде $X$ нүктесі шығады.

12) Берілген кесіндіні берілген қатынастағы бөлетін нүктені табу керек болсын. Ізделінді: Ізделінді кесіндіні, мысалы $5:3$ қатынасында бөлетін $X$ нүктесі болсын. $AX$ сәулесінен кез келген $n$ бөлігін $AB$ кесіндісіне қойып шығамыз. $A_{n-8}$ $AX$ сәулесінде $B_n$ нүктесін анықтайды. $B_nB$ түзуіне параллель $A_5$, ... нүктелерінен $AB$ кесіндісін қиятын түзулер жүргізсек, $AB$ кесіндісінде $X$ нүктесі шығады.

13) Берілген $b$ кесіндісін алынған кесінділерге пропорционал бөлетін, яғни пропорционалдық нүктелерін табу керек болсын.

Ізделінді кесіндіні $X$ пропорционалдық нүктесі, бірақ $AX$ сәулесінде $Y$ пропорционалдық нүктесі $AB$ кесіндісінде жатпайды.




а) $\angle 4 = 150^\circ$

$\angle 1 = \angle 3 = \angle 6 = \angle 8$

$\angle 2 = \angle 4 = \angle 6 = \angle 8 =$

$= 150^\circ$

$\angle 1 + \angle 2 = 180^\circ$

$\angle 1 = 180^\circ - \angle 2$

$\angle 1 = 30^\circ$

$\angle 1 = \angle 3 = \angle 5 = \angle 7 = 30^\circ$

б) $\angle 1 < \angle 2$

$\angle 1 = \angle 1 + 70$

$\angle 1 + \angle 1 + 70 = 180^\circ$

$2\angle 1 = 110^\circ$

$\angle 1 = 55^\circ$

$\angle 2 = \angle 1 + 70$

$\angle 2 = 125^\circ$

Дано: $\Delta AOC = \Delta BOD$ (по двум сторонам и углу между ними)

Доказать: $a \parallel b$

Доказательство: Рассмотрим $\Delta AOC$ и $\Delta BOD$. Т.к. $\Delta AOC = \Delta BOD \Rightarrow CO = OD$ и $AO = OB$. Рассмотрим прямые $a$ и $b$ и секущую $AB$. Т.к. $\angle 3 = \angle 4$ (по условию), то $a \parallel b$ (по признаку параллельности прямых).

Дано: $\triangle ABC$, $\triangle A_1B_1C_1$, $AB = A_1B_1$, $\angle A = \angle A_1$, $\angle B = \angle B_1$

Доказать: $\triangle ABC = \triangle A_1B_1C_1$

Доказательство:

Т.к. $AB = A_1B_1$, то существует такое движение, при котором $A \to A_1$, $B \to B_1$. Пусть $C \to C_2$. Тогда $\triangle ABC = \triangle A_1B_1C_2$.

Т.к. при движении углы сохраняются, то $\angle A = \angle A_1$, $\angle B = \angle B_1$.

Т.к. $\angle A = \angle A_1$, то луч $A_1C_2$ совпадает с лучом $A_1C_1$.

Т.к. $\angle B = \angle B_1$, то луч $B_1C_2$ совпадает с лучом $B_1C_1$.

Т.к. лучи $A_1C_1$ и $B_1C_1$ имеют только одну общую точку, то $C_2 = C_1$.

Значит, $\triangle ABC = \triangle A_1B_1C_1$.

1915 р. Записано от очевидца,

[illegible]

[illegible]

[illegible]

# Life or Something Like it

KARLET
Tel: (3741) 443 222
fax: (3741) 443 230
e-mail: skarlet@netsys.com

KARLET
Pledge for Knowledge